



Rapport de recherche

Travail présenté à Claude-Guy Quimper
IFT-7020 Optimisation combinatoire
Session d'hiver 2018

Réalisé par
François Bérubé et François Pelletier ;
900226407, 908144032

Table des matières

Table des figures	3
Liste des tableaux	4
1 Introduction	5
2 Description du problème	6
2.1 Instance considérée	6
2.1.1 Horaire initial	6
2.1.2 Incertitude	6
2.1.3 Recouvrement	6
3 Approche proposée	7
3.1 Paramètres	7
3.2 Variables	7
3.3 Énumération des horaires valides	7
3.4 Contraintes	9
3.5 Fonction objectif	9
3.6 Génération des scénarios de demande excédentaire	9
3.7 Génération de scénarios d'absences	9
3.8 Recouvrement des horaires	10
4 Protocole d'expérimentation	11
4.1 Production des horaires initiales	11
5 Résultats	12
5.1 Comparaison des modèles proposés	12
5.2 Résultats de l'étude de cas	12
6 Discussion	14
7 Conclusion	15
Bibliographie	16
8 Annexe 1 : Horaires initiales générées par le modèle	17

Table des figures

1	Étapes de la production d'horaires optimales et robustes	5
2	Automate fini d'un horaire où $j_{max,A} \leq 4$ n'est pas respecté	8
3	Expression régulière représentant l'automate fini	9

Liste des tableaux

1	Effet des probabilités d'absentéisme et d'augmentation de la demande de travail sur le coût moyen de recouvrement des horaires.	12
2	Proportion d'employés à temps plein optimale en fonction des probabilités d'absentéisme et d'augmentation de la demande de travail.	13
3	Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.11.	18
4	Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.17.	19
5	Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.22.	20
6	Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.28.	21
7	Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.33.	22
8	Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.39.	23
9	Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.44.	24
10	Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.50.	25

1 Introduction

La planification d'horaires de travail est un enjeu important pour plusieurs industries et entités gouvernementales. Une mauvaise planification des ressources en fonction de la demande de travail d'une entreprise peut entraîner une diminution des profits en plus d'avoir des répercussions sur les dates de livraison de ses différents contrats. Parmi les raisons qui rendent cette tâche difficile, il y a les restrictions complexes provenant de la loi du travail, une variabilité de la demande de travail selon les période de l'année et une incertitude liée à l'absentéisme des employés. Il devient donc important de produire des horaires de travail permettant une flexibilité d'ajustement en fonction de la demande de travail et de l'absentéisme des employés, tout en minimisant le coût des salaires.

Le présent travail propose une approche pour la génération d'horaires de travail optimales et robustes en fonction du taux d'absentéisme et du taux d'augmentation de la demande de travail. Les différentes étapes suivies sont présentées à la Figure 1.

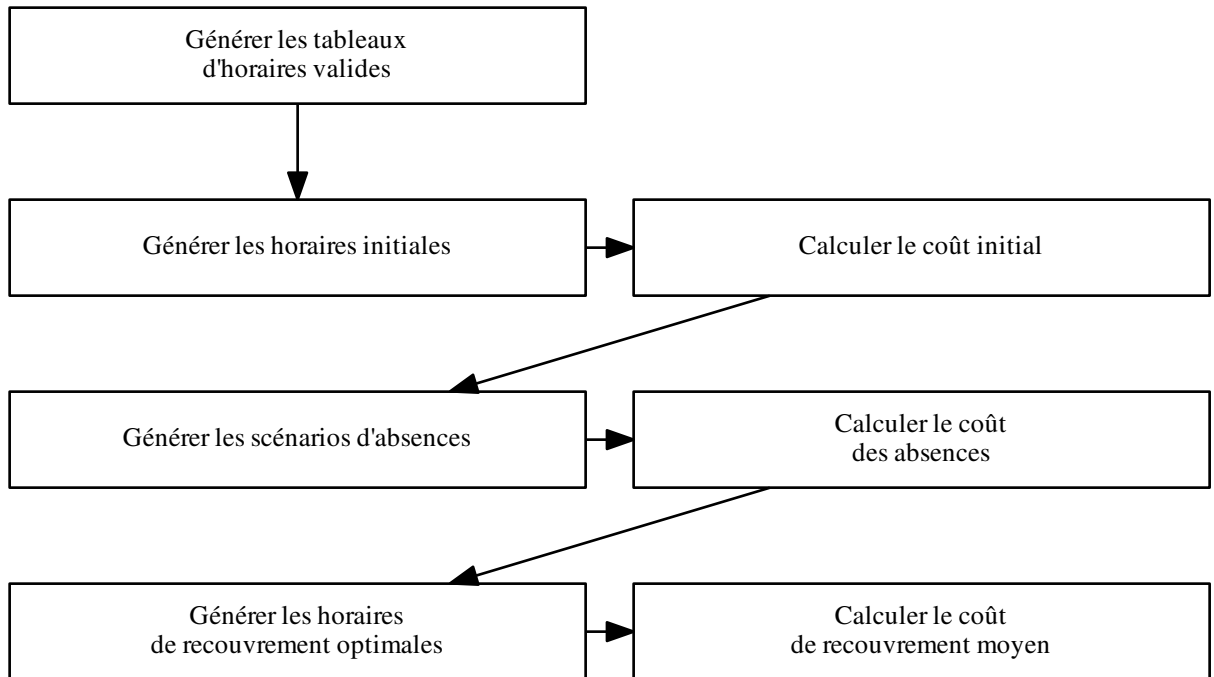


FIGURE 1 – Étapes de la production d'horaires optimales et robustes

2 Description du problème

Nous présentons un problème de planification d’horaires de travail optimales et robustes. L’approche de modélisation proposée inclut des éléments d’incertitude au niveau de l’absentéisme des employés et de la possibilité d’un accroissement temporaire de la demande à tout instant. L’horaire optimal sélectionné doit minimiser les coûts de recouvrement des absences, en plus de permettre l’augmentation de la demande en employés tout en limitant le recours à du temps supplémentaire. Une fois que les scénarios d’incertitude sont générés, il faut effectuer un recouvrement au coût le plus faible, tout en respectant un ensemble de contraintes différent.

2.1 Instance considérée

2.1.1 Horaire initial

On considère la planification d’un horaire de travail initial sur un cycle de 14 jours. Chaque journée est composée de six périodes de travail, d’une durée de quatre heures chacune. Il y a deux types d’employés : des employés à temps plein (*FT*) qui travaillent 80 heures régulières par cycle et des employés à temps partiel (*PT*) qui travaillent entre 32 et 80 heures par cycle. Un niveau de demande de base est établi à deux employés pour les deux périodes de la matinée, quatre employés pour les deux périodes du milieu de la journée et trois employés pour les deux périodes de la soirée, pour la durée du cycle.

Tous les employés, lorsqu’ils effectuent une journée de travail, sont présents durant deux périodes consécutives, pour une durée totale de huit heures. Les employés à temps plein débutent soit à la première, la troisième ou la cinquième période. Une période de repos minimale de 12 heures est requise entre deux séquences de travail. De plus, les employés ne travaillent jamais plus de 5 journées consécutives. Les employés à temps partiel travaillent le même nombre de jours du lundi au vendredi et tous les employés travaillent une fin de semaine sur deux. Dans cette instance, il n’y a pas de nombre limite d’employés de chaque type, il sera déterminé par l’horaire initial.

Les employés ont un salaire régulier de 10\$/h. On ajoute 1\$/h par employé à temps partiel pour compenser une plus faible productivité. Les employés à temps plein ont un salaire de 15\$/h pour les heures supplémentaires. De plus, tous les employés encourent un frais fixe de 50\$ par cycle.

2.1.2 Incertitude

2.1.3 Recouvrement

Une fois les scénarios d’incertitude générés pour chaque horaire initial, on appliquera les règles de recouvrement suivantes :

- Le nombre maximal de périodes de travail par quart de travail est de 3, ce qui équivaut à 12 h.
- Le nombre minimum de périodes non travaillées entre les quarts de travail est de 3, ce qui équivaut à 12 h.
- Pour chaque horaire, le nombre maximal de périodes de travail après recouvrement des employés à temps partiel est de 16, ce qui équivaut à 64 h.
- Pour chaque horaire, le nombre maximal de périodes de travail après recouvrement des employés à temps plein est de 30, ce qui équivaut à 120 h.
- Les employés à temps partiel n’ont pas droit au temps supplémentaire lors de leur recouvrement. De plus, ces derniers ne sont pas payés en cas d’absence.
- Les employés à temps plein ont droit au temps supplémentaire pour chaque recouvrement effectué. De plus, ces derniers sont payés au taux régulier en cas d’absence.

3 Approche proposée

Ce problème sera modélisé à l'aide de la programmation par contraintes avec un objectif d'optimisation. Le choix de cette méthodologie poursuit les différents travaux dans le domaine de la planification. On développe donc un ensemble de paramètres, de variables, de contraintes ainsi qu'une fonction objectif.

3.1 Paramètres

La durée de l'horaire est de J jours de P périodes, d'une durée de $\frac{24}{P}$ heures chacune. La demande de travail pour la période p de la journée j est définie par $d_{p,j}$. La demande totale pour la durée de l'horaire de travail est définie par l'équation (1).

$$D_{tot} = \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^J d_{p,j} \quad (1)$$

On représente l'ensemble des types d'employés disponibles par $a \in \mathcal{A}$. Les employés travaillent entre $h_{min,a}$ et $h_{max,a}$ heures. On définit le nombre d'heures de repos minimal $r_{min,a}$ et le nombre maximal de journées consécutives par $j_{max,a}$.

Le nombre d'employé est variable. En tentant de résoudre le problème de satisfiabilité avec un nombre différent d'employés de chaque type, il est possible d'estimer une borne inférieure et une borne supérieure à ce nombre. On peut toutefois borner le maximum par les ratios suivants (2) :

$$E_a = \frac{D_{tot}}{h_{min,a}}, \quad \forall a \in \mathcal{A} \quad (2)$$

Enfin, chaque type d'employé a un salaire par période de s_a et encourt un frais fixe de f_a .

3.2 Variables

On représente les horaires de travail par deux tableaux de variables booliennes \mathbf{X}_{FT} et \mathbf{X}_{PT} (3).

$$\begin{aligned} X_A &= (x_{e,j,p,A}) \in \mathbb{N}^{E_A \times J \times P}, & \forall A \\ \text{dom}(x_{e,j,p,A}) &= \{0, 1\}, & \forall 1 \leq e \leq E_A, 1 \leq j \leq J, 1 \leq p \leq P \end{aligned} \quad (3)$$

On définit l'horaire s'appliquant à l'employé e par X_e (4).

$$X_e = \begin{bmatrix} x_{e,1,1} & \cdots & x_{e,1,J} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{e,P,1} & \cdots & x_{e,P,J} \end{bmatrix} \quad (4)$$

3.3 Énumération des horaires valides

Afin de réduire la taille du problème, la liste des horaires quotidiens valides pour un employé est générée, pour chaque type d'employés. Il s'agit de deux sous-problèmes de satisfaction pouvant aussi être résolus avec le solveur Choco [2]. L'énumération de toutes les solutions obtenues sera ensuite utilisée pour générer l'ensemble des tuples d'une contrainte TABLEAU.

On définit $\vec{H}_A \in \mathbb{N}^J$, un vecteur de variables booléennes h_j formant un horaire d'une durée de J journées pour un employé de type $A \in \{FT, PT\}$. L'horaire doit respecter le nombre de périodes travaillées sur la durée totale de l'horaire (5).

$$\frac{h_{min,A}}{i_A} \leq \sum_{j=1}^J h_j \leq \frac{h_{max,A}}{i_A} \quad (5)$$

L'horaire de l'employé à temps partiel doit contenir un même nombre de jours dans les deux sous-périodes $j \in [p1_{min}, p1_{max}] = [1, 5]$ et $j \in [p2_{min}, p2_{max}] = [8, 12]$ du lundi au vendredi (6).

$$\sum_{j=p1_{min}}^{p1_{max}} h_j = \sum_{j=p2_{min}}^{p2_{max}} h_j \quad (6)$$

L'horaire doit inclure le travail durant une fin de semaine sur deux (7).

$$h_6 = h_7 \wedge h_{13} = h_{14} \wedge h_6 \neq h_{13} \quad (7)$$

L'horaire doit respecter le nombre maximum de jours consécutifs travaillés autorisés. On utilise une contrainte REGULAR «réifiée» pour représenter le non-respect de cette contrainte, c'est-à-dire lorsque qu'on retrouve une séquence de jours consécutifs dont la longueur est supérieure à $j_{max,A}$. L'automate fini pour cette contrainte lorsque $j_{max,A} = 4$ est représenté à la Figure 2.

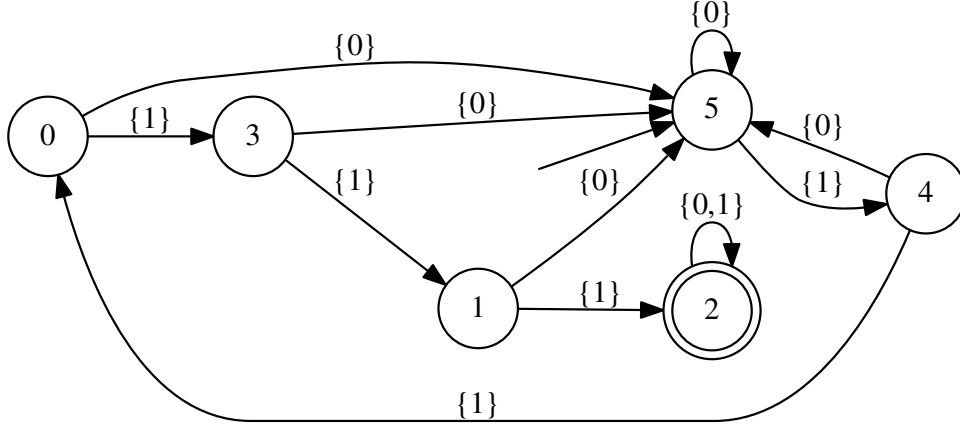


FIGURE 2 – Automate fini d'un horaire où $j_{max,A} \leq 4$ n'est pas respecté

L'expression régulière représentant cet automate est représenté à la Figure 3. On obtient, pour chaque type de travailleur, une liste de vecteurs à laquelle on ajoute le vecteur nul, représentant la situation où l'employé est exclus de l'horaire.

$$\boxed{[01]*1\{5,\}[01]*}$$

FIGURE 3 – Expression régulière représentant l'automate fini

Enfin, en effectuant le produit tensoriel de la matrice des horaires quinzomadaires valides $h_{reg,FT}$ (8) et de la matrice des $n_{hq,A}$ horaires quotidiens valides (9), on obtient un tableau d'horaires par périodes travaillées valides $\mathbf{V}_A \in \mathbb{N}^3$ (10).

$$\mathbf{H}_A = (\vec{H}_A) \quad (8)$$

$$\mathbf{Q}_A = \begin{bmatrix} q_{1,1} & \cdots & q_{P,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{1,n_{hq,A}} & \cdots & q_{P,n_{hq,A}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{V}_A = \mathbf{H}_A \otimes \mathbf{Q}_A \quad (10)$$

3.4 Contraintes

Chaque horaire d'employé X_e doit d'abord correspondre à un horaire valide tel qu'établi à la section 3.3. Il doit donc satisfaire une contrainte TABLEAU (11). La planification doit aussi satisfaire la demande en employés, en utilisant une contrainte SUM (12). Afin de réduire la taille de l'arbre de recherche, nous imposons la contrainte de bris de symétrie suivante : les horaires des employés à temps plein, de même que les horaires des employés à temps partiel, doivent être dans un ordre lexicographique. On utilise alors la contrainte LEXLESSEQ (13).

$$\mathcal{C}_1 : \text{TABLEAU}(\mathbf{V}_A, X_e), \quad \forall e \quad (11)$$

$$\mathcal{C}_2 : \sum_A \sum_{e=1}^{E_A} x_{e,p,j} = d_{p,j}, \quad \forall 1 \leq p \leq P, 1 \leq j \leq J \quad (12)$$

$$\mathcal{C}_3 : \text{LEXLESSEQ}(X_i, X_{i+1}), \quad \forall i \in [1, E^A - 1], A \quad (13)$$

3.5 Fonction objectif

La fonction objectif (14) que nous désirons minimiser est le coût total des employés, ce qui équivaut à la somme des salaires et des coûts fixes pour chaque type d'employé.

$$\arg \min_{\mathbf{X}} \sum_A \left(s_A \sum_{e=1}^{E_A} \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^J x_{e,p,j} + f_A \sum_{e=1}^{E_A} \left[\sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^J x_{e,p,j} > 0 \right] \right) \quad (14)$$

3.6 Génération des scénarios de demande excédentaire

3.7 Génération de scénarios d'absences

On génère des scénarios d'absences $\vec{B}_{e,A}$ indépendants pour chaque employé e de type A (15) à l'aide d'une chaîne de Markov sur deux états (0 : indisponible, 1 : disponible) ayant la matrice de transition 16 où $p(0,0)$ correspond à la probabilité de demeurer indisponible à la période suivante et $p(1,1)$, celle de demeurer disponible. On utilise JDistLib [1] pour générer aléatoirement les valeurs de transition entre chaque période.

$$\vec{B}_{e,A} = [b_{1,1}, \dots, b_{P,1}, b_{1,2}, \dots, b_{P,2}, \dots, b_{1,J}, \dots, b_{P,J}], \quad \forall 1 \leq e \leq E_A \quad (15)$$

$$M = \begin{bmatrix} p(0,0) & 1 - p(0,0) \\ 1 - p(1,1) & p(1,1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

On produit ensuite une matrice de présences \mathbf{B}_A à l'aide de $\vec{B}_{e,A}$. Pour produire la grille horaire du scénario d'absence $\mathbf{X}_{abs,A}$, on effectue le produit de Hadamard entre la grille initiale et cette matrice.

$$\mathbf{B}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1,A} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{E_A,A} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{X}_{abs,A} = \mathbf{X}_A \cdot \mathbf{B}_A \quad (18)$$

On pourra répéter cette procédure plusieurs fois pour obtenir différents scénarios d'absences.

3.8 Recouvrement des horaires

Une fois les absences générées dans chacune des horaires initiales, un algorithme de recouvrement des horaires est lancé sur chacune des simulations d'absence. Cette étape permettra de trouver des coûts de recouvrement moyens pour chacune des horaires initiales pour trouver laquelle correspond au coût de recouvrement le plus faible.

Étant donné que chaque recouvrement influence les recouvrements subséquents en raison de ces contraintes, ce problème est NP-complet. Le nombre de noeuds de l'arbre de recherche permettant de trouver le coût de recouvrement minimal varie donc de façon exponentielle avec le nombre d'absences. Pour éviter que le temps de calcul soit trop important pour cette phase de recouvrement, une fouille partielle de l'arbre de recherche est effectuée par des fouilles en profondeur successives. L'algorithme de recouvrement a les caractéristiques suivantes :

- Les fouilles en profondeur sont guidées par un heuristique basé sur le coût minimum des actions de recouvrement possibles à chacun des noeuds. Si plusieurs actions correspondent à ce coût minimum, cette dernière est choisie de façon aléatoire.
- Lors de ces fouilles en profondeur, chaque action de recouvrement, caractérisée par un employé donné recouvrant à une période de travail donné, est marquée dans une matrice de noeuds visités afin de ne pas répéter la même fouille 2 fois.
- Lorsqu'aucune action n'est possible sans que l'horaire ne soit complètement recouverte, on recommence une nouvelle fouille à partir du sommet de l'arbre.
- Lorsqu'un certain nombre de retours arrières est atteint, on réinitialise la matrice des noeuds visités. L'algorithme peut aussi s'arrêter après un nombre limite de retours arrières lorsqu'aucune solution n'est trouvée.

Ainsi, l'horaire de recouvrement obtenue par cet algorithme ne conduit pas au coût minimum dans tous les cas, mais s'approche de ce dernier. Cette façon de procéder a cependant l'avantage d'être extrêmement rapide et permet de compenser ce biais par rapport à l'optimalité, par un plus grand nombre de simulations effectuées.

4 Protocole d'expérimentation

4.1 Production des horaires initiales

L'instance de base pour la comparaison des différents résultats correspond au problème de satisfiabilité des contraintes de l'horaire initial.

Une première approche pour la création des horaires initiaux fut de rassembler l'ensemble des contraintes pour la construction des horaires valides dans un seul modèle de programmation par contraintes. Seulement les horaires potentiels pour les employés à temps plein ont été encodés dans un tableau. Rapidement, nous avons conclu qu'il sera difficile d'obtenir plus d'une solution au modèle dans un temps raisonnable. Le tableau des horaires potentiels serait donc énuméré en utilisant deux programmes de contraintes, un pour chaque type d'employé.

L'utilisation de différentes heuristiques de recherche a été explorée sommairement, mais la construction d'un vecteur contenant toutes les variables du problème étant une condition nécessaire pour l'appel d'heuristiques dans le solveur Choco, il s'est avéré difficile de mettre en oeuvre cette exploration. Il a donc été décidé de conserver l'heuristique de recherche par défaut de Choco.

Cependant, afin d'obtenir un nombre de solutions suffisamment différentes pour effectuer des simulations et pouvoir comparer différents scénarios, il n'était pas possible d'utiliser ce programme, qui retournait un grand nombre de solutions très similaires. L'optimisation s'effectuera donc en deux étapes et de façon itérative. Les explorations précédentes nous permettent de fixer le nombre d'employés à temps plein et à temps partiel dans un intervalle restreint. Il est ainsi possible de fixer le nombre d'employés de chaque type et d'exécuter le programme d'optimisation avec ces nouvelles contraintes. Des solutions variées ont ainsi pu être obtenues, permettant la suite du processus de création d'horaires optimales et robustes.

5 Résultats

5.1 Comparaison des modèles proposés

5.2 Résultats de l'étude de cas

À l'aide du modèle de génération d'horaires en 2 phases, 8 horaires présentant des ratios employés temps plein / employés temps partiel différents ont été obtenus (voir Annexe 1). Puisque les 2 types d'employés ont des contraintes différentes quant au recouvrement de ces derniers, il a été possible de tester l'effet du taux d'absentéisme et de l'augmentation de la demande. L'effet de ces 2 paramètres sur le coût de recouvrement des 8 horaires sont présentés au Tableau 1. Ces coûts de recouvrement sont présentés comme un ratio par rapport au coût de l'horaire optimale, soit celle ayant un nombre d'employé temps plein maximal.

Probabilité absence	Probabilité augmentation Demande	Ratio Employes Temps Plein / (Employes Temps Plein + Employes Temps Partiel)							
		0.11	0.17	0.22	0.28	0.33	0.39	0.44	0.50
0.00	0.00	+5.0	+4.3	+3.5	+2.8	+2.1	+1.4	+0.7	+0.0
0.02	0.00	+5.6	+5.3	+5.0	+4.5	+4.2	+3.9	+3.5	+3.1
0.04	0.00	+6.3	+6.3	+6.2	+6.1	+6.2	+6.2	+6.1	+6.0
0.06	0.00	+6.9	+7.2	+7.4	+7.6	+8.0	+8.2	+8.5	+8.8
0.08	0.00	+7.4	+8.0	+8.5	+9.1	+9.7	+10.2	+10.8	+11.4
0.10	0.00	+7.9	+15.7	+15.9	+16.1	+16.3	+16.5	+16.7	+13.7
0.02	0.25	+17.4	+17.2	+17.0	+16.8	+16.7	+16.4	+16.3	+16.0
0.02	0.50	+28.5	+28.5	+28.5	+28.4	+28.5	+28.3	+28.4	+28.2
0.02	0.75	+40.0	+40.0	+40.2	+40.3	+40.5	+40.4	+40.7	+40.6
0.02	1.00	+48.7	+48.7	+49.0	+49.0	+49.4	+49.4	+49.7	+49.8

TABLE 1 – Effet des probabilités d'absentéisme et d'augmentation de la demande de travail sur le coût moyen de recouvrement des horaires.

Comme le montre ce tableau, pour une probabilité d'absentéisme nulle (sans absence), le coût des horaires augmente en fonction du nombre d'employé à temps partiel. Cela est dû au fait que ces employés ont un taux horaire régulier 20% plus élevé que celui des employés à temps plein. De plus, pour tous les ratios de type employés, l'augmentation de la probabilité d'absentéisme et l'augmentation de la probabilité d'augmentation de la demande de travail sont associées à l'augmentation du coût de recouvrement des horaires. Cette augmentation de coûts est liée au temps supplémentaire des employés à temps plein (+50%) ainsi que du taux horaire régulier supérieur des employés à temps partiel, lesquels sont privilégiés pour effectuer les recouvrements. Enfin, ces résultats démontrent que le ratio de type d'employés qui conduit à l'horaire avec un coût de recouvrement minimal varie selon les deux paramètres testés. En effet, lorsque le nombre d'absence et/ou la demande de travail supplémentaire augmente de façon importante, un nombre d'employés à temps partiel supérieur par rapport au nombre d'employés à temps plein permet d'obtenir un horaire au coût de recouvrement le plus faible. La principale raison est une diminution du temps supplémentaire effectué par les employés à temps plein. La Figure xx montre les ratios de type d'employés à privilégier pour la construction d'horaires en fonction des probabilités d'absence et d'augmentation de la demande de travail.

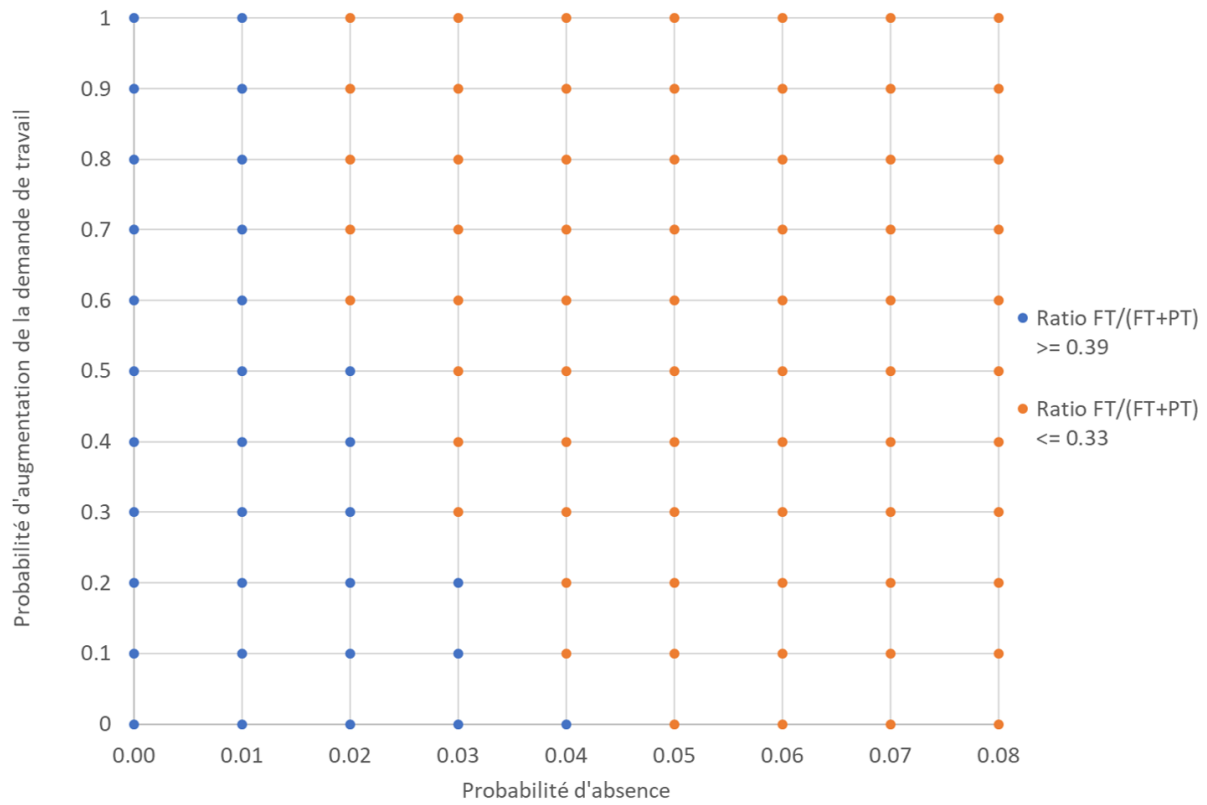


TABLE 2 – Proportion d'employés à temps plein optimale en fonction des probabilités d'absentéisme et d'augmentation de la demande de travail.

6 Discussion

7 Conclusion

Bibliographie

- [1] Roby Joehanes. *JDistlib : Java library of statistical distribution*, 2018. URL <https://sourceforge.net/projects/jdistlib/>.
- [2] Charles Prud'homme, Jean-Guillaume Fages, and Xavier Lorca. *Choco Documentation*. TASC - LS2N CNRS UMR 6241, COSLING S.A.S., 2017. URL <http://www.choco-solver.org>.

8 Annexe 1 : Horaires initiales générées par le modèle

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	000000	000000	14
Employee 02	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000	16
Employee 03	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	000000	16
Employee 04	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000000	16
Employee 05	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	08
Employee 06	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	08
Employee 07	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	16
Employee 08	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	16
Employee 09	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	16
Employee 10	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	14
Employee 11	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000011	000011	10
Employee 12	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	14
Employee 13	001100	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	14
Employee 14	001100	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	08
Employee 15	110000	000000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	110000	110000	10
Employee 16	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000011	20
Employee 02	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	20
Working Employees	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	
Required Workforce	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	2 2 4 4 3 3	
Total schedule Cost : \$12676,00															

TABLE 3 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.11.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	16
Employee 02	000000	000000	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	14
Employee 03	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	16
Employee 04	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	16
Employee 05	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	16
Employee 06	000000	001100	000000	001100	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	14
Employee 07	000000	001100	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	16
Employee 08	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	000000	16
Employee 09	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 10	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	08
Employee 11	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	001100	001100	08
Employee 12	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	001100	001100	08
Employee 13	001100	000000	001100	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	10
Employee 14	110000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	10
Employee 15	110000	110000	000000	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	20
Employee 02	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 03	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12516,00															

TABLE 4 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.17.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	10
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000011	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000011	000000	000000	000000	08
Employee 04	000000	001100	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	001100	000000	001100	001100	001100	16
Employee 05	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	16
Employee 06	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	16
Employee 07	000000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	08
Employee 08	000000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	16
Employee 09	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	08
Employee 10	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	001100	000000	001100	001100	10
Employee 11	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 12	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	000000	16
Employee 13	110000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	16
Employee 14	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 02	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	20
Employee 03	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	20
Employee 04	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12356,00															

TABLE 5 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.22.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	001100	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000 12
Employee 02	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000 08
Employee 03	000000	000000	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000 08
Employee 04	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100 08
Employee 05	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000 08
Employee 06	000000	110000	000000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	000000 12
Employee 07	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011 08
Employee 08	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000 08
Employee 09	001100	000000	001100	000000	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100 16
Employee 10	001100	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000 16
Employee 11	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000 16
Employee 12	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000	001100	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100 16
Employee 13	110000	110000	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000 16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011 20
Employee 02	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011 20
Employee 03	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100 20
Employee 04	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000 20
Employee 05	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000 20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433
Total schedule Cost : \$12196,00															

TABLE 6 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.28.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000000	000000	14
Employee 04	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	001100	000000	001100	001100	001100	001100	001100	14
Employee 05	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 06	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	08
Employee 07	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 08	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	14
Employee 09	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	10
Employee 10	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	08
Employee 11	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	001100	000000	001100	000000	000000	16
Employee 12	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 02	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 03	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	20
Employee 04	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	20
Employee 05	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	20
Employee 06	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12036,00															

TABLE 7 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.33.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000011	000011	10
Employee 04	000000	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	14
Employee 05	000000	000000	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	14
Employee 06	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	08
Employee 07	000000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	08
Employee 08	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	08
Employee 09	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000000	12
Employee 10	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 11	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	14
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 02	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Employee 03	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	20
Employee 04	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Employee 05	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	20
Employee 06	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	20
Employee 07	110000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$11876,00															

TABLE 8 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.39.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000011	000000	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 04	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	001100	001100	08
Employee 05	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	08
Employee 06	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Employee 07	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	14
Employee 08	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000000	000000	08
Employee 09	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	14
Employee 10	110000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	20
Employee 02	000000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	20
Employee 03	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	20
Employee 04	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	20
Employee 05	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	20
Employee 06	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	000000	20
Employee 07	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Employee 08	110000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$11716,00															

TABLE 9 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.44.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 04	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	08
Employee 05	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	08
Employee 06	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	08
Employee 07	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 08	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 09	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000011	20
Employee 02	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000011	20
Employee 03	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000011	20
Employee 04	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 05	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 06	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 07	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 08	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	20
Employee 09	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$11556,00															

TABLE 10 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.50.