



# Rapport de recherche

Travail présenté à Claude-Guy Quimper  
IFT-7020 Optimisation combinatoire  
Session d'hiver 2018

Réalisé par  
François Bérubé et François Pelletier ;  
900226407, 908144032

Dernière version produite le 20 avril 2018 à 18:38

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Description du problème</b>	<b>1</b>
2.1	Instance considérée . . . . .	1
2.1.1	Horaire initial . . . . .	1
2.1.2	Incertitude . . . . .	2
2.1.3	Recouvrement . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Approche proposée</b>	<b>2</b>
3.1	Paramètres . . . . .	2
3.2	Variables . . . . .	3
3.3	Énumération des horaires valides . . . . .	4
3.4	Contraintes . . . . .	5
3.5	Génération des scénarios de demande excédentaire . . . . .	5
3.6	Génération de scénarios d’absences . . . . .	5
3.7	Recouvrement des horaires . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Protocole d’expérimentation</b>	<b>7</b>
4.1	Production des horaires initiales . . . . .	7
4.2	Scénarios et simulation . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Résultats et Discussion</b>	<b>8</b>
5.1	Comparaison des approches proposées . . . . .	8
5.2	Résultats de l’étude de cas . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>9</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>11</b>

# 1 Introduction

La planification d’horaires de travail est un enjeu important pour plusieurs industries et entités gouvernementales. Une mauvaise planification des ressources en fonction de la demande de travail d’une entreprise peut entraîner une diminution des profits en plus d’avoir des répercussions sur les dates de livraison de ses différents contrats. Parmi les raisons qui rendent cette tâche difficile, il y a les restrictions complexes provenant de la loi du travail, une variabilité de la demande de travail selon les période de l’année et une incertitude liée à l’absentéisme des employés. Il devient donc important de produire des horaires de travail permettant une flexibilité d’ajustement en fonction de la demande de travail et de l’absentéisme des employés, tout en minimisant le coût des salaires.

Le présent travail propose une approche stochastique pour la génération d’horaires de travail robustes en fonction du taux d’absentéisme et du taux d’augmentation de la demande de travail. Une banque d’horaires valides est d’abord générée avec le solveur Choco de manière efficace et en prenant soin d’obtenir des horaires avec des différences importantes quant aux types d’employés (temps plein ou temps partiel) la caractérisant. Par la suite, ces différents horaires sont soumis à des simulations durant lesquelles sont générées des absences et des augmentations ponctuelles de la demande de travail. Un algorithme de recouvrement est ensuite utilisé pour combler les différentes plages horaires en déficit de main-d’oeuvre. Les coûts de recouvrement moyens de ces différents horaires modifiés serviront à évaluer la robustesse des horaires face aux probabilités d’absentéisme et d’augmentation de la demande. Enfin, des résultats montreront que cette méthode permet d’évaluer le ratio `employés temps plein / employés temps partiel` optimal en fonction des probabilités d’absentéisme et d’augmentation de la charge de travail.

## 2 Description du problème

Nous présentons un problème de planification d’horaires de travail optimales et robustes. L’approche de modélisation proposée inclut des éléments d’incertitude au niveau de l’absentéisme des employés et de la possibilité d’un accroissement temporaire de la demande à tout instant. L’horaire optimal sélectionné doit minimiser les coûts de recouvrement des absences, en plus de permettre l’augmentation de la demande en employés tout en limitant le recours à du temps supplémentaire. Une fois que les scénarios d’incertitude sont générés, il faut effectuer un recouvrement au coût le plus faible, tout en respectant un ensemble de contraintes différent.

### 2.1 Instance considérée

#### 2.1.1 Horaire initial

On considère la planification d’un horaire de travail initial sur un cycle de 14 jours. Chaque journée est composée de six périodes de travail, d’une durée de quatre heures chacune. Il y a deux types d’employés : des employés à temps plein (*FT*) qui travaillent 80 heures régulières par cycle et des employés à temps partiel (*PT*) qui travaillent entre 32 et 80 heures par cycle. Un niveau de demande de base est établi à deux employés pour les deux périodes de la matinée, quatre employés pour les deux périodes du milieu de la journée et trois employés pour les deux périodes de la soirée, pour la durée du cycle.

Tous les employés, lorsqu’ils effectuent une journée de travail, sont présents durant deux périodes consécutives, pour une durée totale de huit heures. Les employés à temps plein débutent soit à la première, la troisième ou la cinquième période. Une période de repos minimale de 12 heures est requise entre deux séquences de travail. De plus, les employés ne travaillent jamais plus de 5 journées

consécutives. Les employés à temps partiel travaillent le même nombre de jours du lundi au vendredi et tous les employés travaillent une fin de semaine sur deux. Dans cette instance, il n’y a pas de nombre limite d’employés de chaque type, il sera déterminé par l’horaire initial.

Les employés ont un salaire régulier de 10\$/h. On ajoute 1\$/h par employé à temps partiel pour compenser une plus faible productivité. Les employés à temps plein ont un salaire de 15\$/h pour les heures supplémentaires. De plus, tous les employés encourent un frais fixe de 50\$ par cycle.

### 2.1.2 Incertitude

On considère deux sources d’incertitude : les absences des employés et l’augmentation de la demande. Les employés ont une probabilité d’absence, à chaque période, variant entre 0 et 0.1. De plus, leur probabilité de retour à la période suivante, advenant une absence, est comprise dans l’ensemble  $\{0, 0.25, 0.5, 0.75, 1\}$  pour un employé. On la multiplie par 0.2 pour deux employés et  $0.2^2$  pour trois employés supplémentaires. 10 scénarios d’augmentation sont générés et 100 scénarios d’absences le sont ensuite pour chacun, pour un total de 1000 simulations.

### 2.1.3 Recouvrement

Une fois les scénarios d’incertitude générés pour chaque horaire initial, on appliquera les règles de recouvrement suivantes :

- Le nombre maximal de périodes de travail par quart de travail est de 3, ce qui équivaut à 12 h.
- Le nombre minimum de périodes non travaillées entre les quarts de travail est de 3, ce qui équivaut à 12 h.
- Pour chaque horaire, le nombre maximal de périodes de travail après recouvrement des employés à temps partiel est de 20, ce qui équivaut à 80 h.
- Pour chaque horaire, le nombre maximal de périodes de travail après recouvrement des employés à temps plein est de 30, ce qui équivaut 120 h.
- Les employés à temps partiel n’ont pas droit au temps supplémentaire lors de leur recouvrement. De plus, ces derniers ne sont pas payés en cas d’absence.
- Les employés à temps plein ont droit au temps supplémentaire pour chaque recouvrement effectué. De plus, ces derniers sont payés au taux régulier en cas d’absence.

## 3 Approche proposée

Ce problème sera modélisé à l’aide de la programmation par contraintes avec un objectif d’optimisation. Les différentes étapes suivies sont présentées à la Figure 3. Le choix de cette méthodologie est basé sur différents travaux dans le domaine de la planification [1, 2, 4]. On développe donc un ensemble de paramètres, de variables, de contraintes ainsi qu’une fonction objectif.

### 3.1 Paramètres

La durée de l’horaire est de  $J$  jours de  $P$  périodes, d’une durée de  $\frac{24}{P}$  heures chacune. La demande de travail est représentée par une matrice  $\mathbf{D} \in \mathbb{N}^{P \times J}$  où la valeur associée à la période  $p$  de la journée  $j$  est définie par  $d_{p,j}$ . La demande totale pour la durée de l’horaire de travail est définie par l’équation (1).

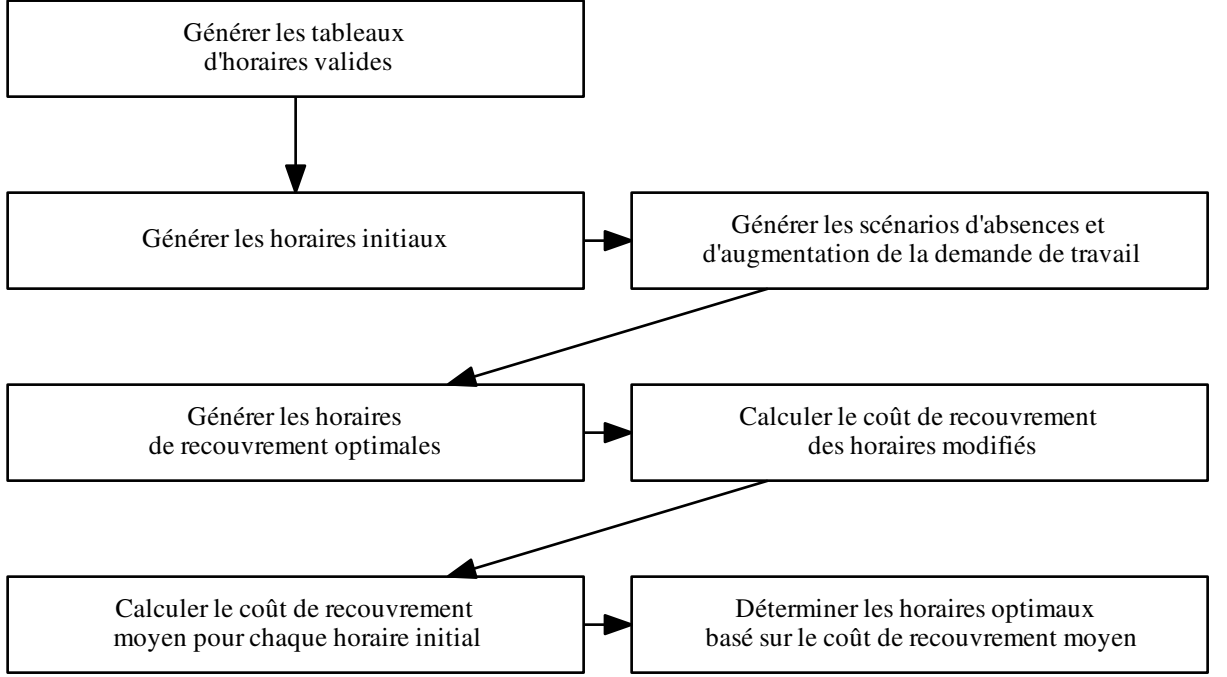


FIGURE 1 – Étapes de la production d’horaires optimaux et robustes

$$d_{tot} = \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^J d_{p,j} \quad (1)$$

On représente l’ensemble des types d’employés disponibles par  $a \in \mathcal{A}$ . Les employés travaillent entre  $h_{min,a}$  et  $h_{max,a}$  heures. On définit le nombre d’heures de repos minimal  $r_{min,a}$  et le nombre maximal de journées consécutives par  $j_{max,a}$ .

Le nombre d’employé est variable. En tentant de résoudre le problème de satisfiabilité avec un nombre différent d’employés de chaque type, il est possible d’estimer une borne inférieure et une borne supérieure à ce nombre. On peut toutefois borner le maximum par les ratios suivants (2) :

$$E_a = \frac{d_{tot}}{h_{min,a}}, \quad \forall a \in \mathcal{A} \quad (2)$$

Enfin, chaque type d’employé a un salaire par période de  $s_a$  et encourent un frais fixe de  $f_a$ .

### 3.2 Variables

On représente les horaires de travail par deux tableaux  $\mathbf{X}_{FT}$  et  $\mathbf{X}_{PT}$  de variables booliennes  $x$  représentant chacune si l’employé  $e$  du type  $a$  travaille à la période  $p$  de la journée  $j$  (3).

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_a &= (x_{e,j,p,a}) \in \mathbb{N}^{E_a \times J \times P}, & \forall a \in \mathcal{A} \\ \text{dom}(x_{e,j,p,a}) &= \{0, 1\}, & \forall 1 \leq e \leq E_a, 1 \leq j \leq J, 1 \leq p \leq P, a \in \mathcal{A} \end{aligned} \quad (3)$$

On définit l'horaire s'appliquant à l'employé  $e$  de type  $a$  par  $X_{e,a}$ (4).

$$X_{e,a} = \begin{bmatrix} x_{e,1,1,a} & \cdots & x_{e,1,J,a} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{e,P,1,a} & \cdots & x_{e,P,J,a} \end{bmatrix} \quad \forall e \in [0, E_a], a \in \mathcal{A} \quad (4)$$

### 3.3 Énumération des horaires valides

Afin de réduire la taille du problème, la liste des horaires quotidiens valides pour un employé est générée, pour chaque type d'employés. Il s'agit de deux sous-problèmes de satisfaction pouvant aussi être résolus avec le solveur Choco [5]. L'énumération de toutes les solutions obtenues sera ensuite utilisée pour générer l'ensemble des tuples d'une contrainte TABLEAU.

On définit  $\vec{H}_a \in \mathbb{N}^J$ , un vecteur de variables booléennes  $h_j$  formant un horaire d'une durée de  $J$  journées pour un employé de type  $a$ . L'horaire doit respecter le nombre de périodes travaillées sur la durée totale de l'horaire (5).

$$\frac{h_{min,a}}{i_a} \leq \sum_{j=1}^J h_j \leq \frac{h_{max,a}}{i_a} \quad (5)$$

L'horaire de l'employé à temps partiel doit contenir un même nombre de jours dans les deux sous-périodes du lundi au vendredi  $j \in [p_{min}^{(1)}, p_{max}^{(1)}] = [1, 5]$  et  $j \in [p_{min}^{(2)}, p_{max}^{(2)}] = [8, 12]$  (6).

$$\sum_{j=p_{min}^{(1)}}^{p_{max}^{(1)}} h_j = \sum_{j=p_{min}^{(2)}}^{p_{max}^{(2)}} h_j \quad (6)$$

L'horaire doit inclure le travail durant une fin de semaine sur deux (7).

$$h_6 = h_7 \wedge h_{13} = h_{14} \wedge h_6 \neq h_{13} \quad (7)$$

L'horaire doit respecter le nombre maximum de jours consécutifs travaillés autorisés. On utilise une contrainte REGULAR «réifiée» pour représenter le non-respect de cette contrainte, c'est-à-dire lorsque qu'on retrouve une séquence de jours consécutifs dont la longueur est supérieure à  $j_{max,A}$ . L'expression régulière représentant ces horaires est représentée à la Figure 2. On obtient, pour chaque type de travailleur, une liste de vecteurs à laquelle on ajoute le vecteur nul, représentant la situation où l'employé est exclus de l'horaire.

$[01]*1\{5,\}[01]*$

FIGURE 2 – Expression régulière représentant l'horaire des employés.

Enfin, en effectuant le produit tensoriel de la matrice des horaires quinzomadaires valides  $h_{reg,FT}$  (8) et de la matrice des  $n_{hq,a}$  horaires quotidiens valides (9), on obtient un tableau d'horaires par périodes travaillées valides  $\mathbf{V}_a \in \mathbb{N}^3$  (10).

$$\mathbf{H}_a = (\vec{H}_a) \quad (8)$$

$$\mathbf{Q}_a = \begin{bmatrix} q_{1,1} & \cdots & q_{P,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{1,n_{hq,a}} & \cdots & q_{P,n_{hq,a}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{H}_a \otimes \mathbf{Q}_a \quad (10)$$

### 3.4 Contraintes

Chaque horaire d'employé  $X_e$  doit d'abord correspondre à un horaire valide tel qu'établi à la section 3.3. Il doit donc satisfaire une contrainte TABLEAU (11). La planification doit aussi satisfaire la demande en employés, en utilisant une contrainte SUM (12). Afin de réduire la taille de l'arbre de recherche, nous imposons la contrainte de bris de symétrie suivante : les horaires des employés à temps plein, de même que les horaires des employés à temps partiel, doivent être dans un ordre lexicographique. On utilise alors la contrainte LEXLESSEQ (13).

$$\mathcal{C}_1 : \text{TABLEAU}(\mathbf{V}_a, X_e), \quad \forall e \in [1, E_a], a \in \mathcal{A} \quad (11)$$

$$\mathcal{C}_2 : \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{e=1}^{E_a} x_{e,p,j} = d_{p,j}, \quad \forall 1 \leq p \leq P, 1 \leq j \leq J \quad (12)$$

$$\mathcal{C}_3 : \text{LEXLESSEQ}(X_i, X_{i+1}), \quad \forall i \in [1, E^a - 1], a \in \mathcal{A} \quad (13)$$

### 3.5 Génération des scénarios de demande excédentaire

Chaque valeur  $d_{p,j}$  de la matrice de demande peut être augmentée par une demande excédentaire, représentée par une variable aléatoire  $D_{p,j}^{(exc)}$  dont la fonction de masse de probabilité est définie par (14). La librairie JDistLib [3] est utilisée pour générer des valeurs aléatoires de cette variable.

$$P_{D^{(exc)}}(x) = \begin{cases} 1 - 1.24p & x = 0 \\ p, & x = 1 \\ 0.2p, & x = 2 \\ 0.04p, & x = 3 \end{cases}, \quad p \in \left[0, \frac{25}{31}\right] \quad (14)$$

On obtient alors une matrice de demande modifiée  $\mathbf{D}'$  où  $d'_{p,j} = d_{p,j} + D_{p,j}^{(exc)}$ .

On pourra répéter cette procédure plusieurs fois pour générer différentes matrices de demande de travail modifiées.

### 3.6 Génération de scénarios d'absences

On génère des scénarios d'absences  $\vec{B}_{e,A}$  indépendants pour chaque employé  $e$  de type  $A$  (15) à l'aide d'une chaîne de Markov sur deux états (0 : indisponible, 1 : disponible) ayant la matrice de transition 16 où  $p(0,0)$  correspond à la probabilité de demeurer indisponible à la période suivante et  $p(1,1)$ , celle de demeurer disponible. Tout comme pour la génération des scénarios d'absence, on utilise JDistLib [3] pour générer aléatoirement les valeurs de transition entre chaque période.

$$\vec{B}_{e,A} = [b_{1,1}, \dots, b_{P,1}, b_{1,2}, \dots, b_{P,2}, \dots, b_{1,J}, \dots, b_{P,J}], \quad \forall 1 \leq e \leq E_A \quad (15)$$

$$M = \begin{bmatrix} p(0,0) & 1 - p(0,0) \\ 1 - p(1,1) & p(1,1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

On produit ensuite une matrice de présences  $\mathbf{B}_A$  à l'aide de  $\vec{B}_{e,A}$ . Pour produire la grille horaire du scénario d'absence  $\mathbf{X}_{abs,A}$ , on effectue le produit de Hadamard entre la grille initiale et cette matrice.

$$\mathbf{B}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1,A} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{E_A,A} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{X}_{abs,A} = \mathbf{X}_A \cdot \mathbf{B}_A \quad (18)$$

On pourra répéter cette procédure plusieurs fois pour obtenir différents scénarios d'absences.

### 3.7 Recouvrement des horaires

Une fois les absences et les nouveaux vecteurs de demande de travail générés dans chacune des horaires initiales, un algorithme de recouvrement local des horaires est lancé sur chacune des simulations. Celui-ci est semblable à celui utilisé dans des travaux portant sur un problème semblable [2, 4]. Cette étape permettra de trouver des coûts de recouvrement moyens pour chacune des horaires initiales et ainsi, trouver laquelle correspond au coût de recouvrement le plus faible.

Étant donné que chaque recouvrement influence les recouvrements subséquents en raison des contraintes définies à la section 2.1.3, ce problème est NP-complet. Le nombre de noeuds de l'arbre de recherche permettant de trouver le coût de recouvrement minimal varie donc de façon exponentielle avec le nombre d'absences et d'augmentation de demande de travail. Pour éviter que le temps de calcul soit trop important pour cette phase de recouvrement, une fouille partielle de l'arbre de recherche est effectuée par des «plonges» successives dans l'arbre de recherche. Le pseudo-code associé à cet algorithme est présenté à l'Annexe 2. L'algorithme de recouvrement a les caractéristiques suivantes :

- Les «plonges» successives sont guidées par un heuristique qui choisit l'action de recouvrement ayant le coût minimum à chacun des noeuds. Si plusieurs actions correspondent à ce coût minimum, cette dernière est choisie de façon aléatoire, ce qui permet de mieux explorer l'arbre de recherche.
- Lors de ces «plonges» successives dans l'arbre de recherche, chaque action de recouvrement, caractérisée par un employé donné recouvrant à une période de travail donné, est marquée dans une matrice de noeuds visités pour éviter de refaire cette action lors d'une «plonge» subséquente.
- Lorsqu'aucune action n'est possible sans que l'horaire ne soit complètement recouverte, on recommence une nouvelle fouille à partir du sommet de l'arbre.
- Lorsqu'un certain nombre de retours arrières est atteint, on réinitialise la matrice des noeuds visités. L'algorithme permet aussi de s'arrêter après un nombre limite de retours arrières lorsqu'aucune solution n'est trouvée.

Bien que l'horaire de recouvrement obtenue par cet algorithme ne conduit pas au coût minimum dans tous les cas, celui-ci s'en approche. Cette façon de procéder a cependant l'avantage d'être beaucoup plus rapide qu'une fouille complète. Cela permet de compenser ce biais par rapport à l'optimalité, par un plus grand nombre de simulations effectuées.



## 4 Protocole d'expérimentation

### 4.1 Production des horaires initiales

L'instance de base pour la comparaison des différents résultats correspond au problème de satisfiabilité des contraintes de l'horaire initial.

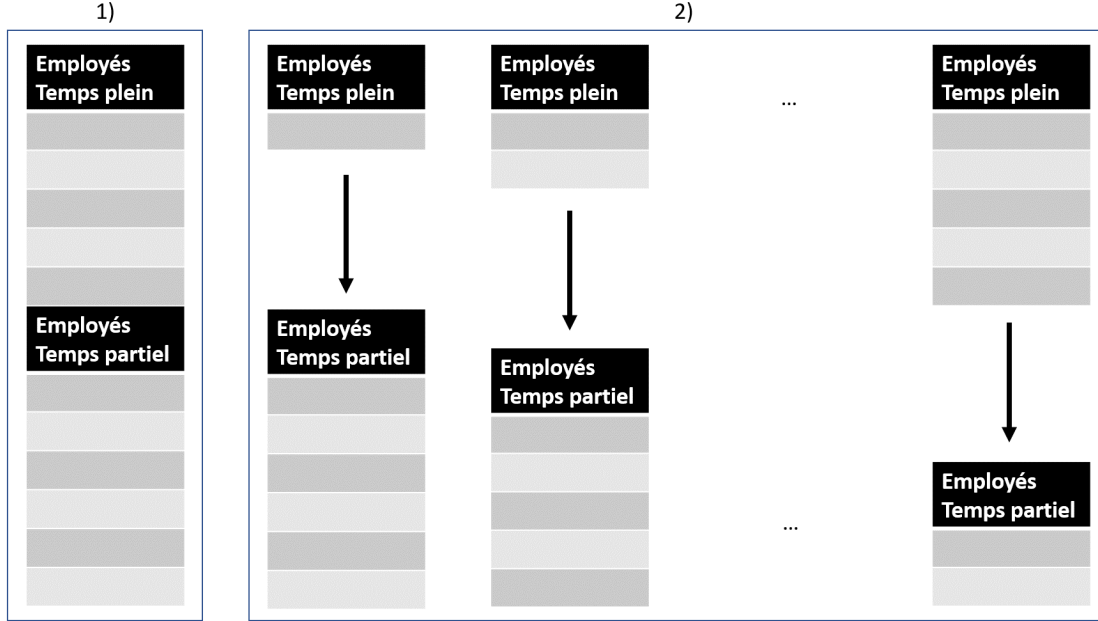


FIGURE 3 – Modèles proposés pour la génération des horaires initiaux.

La première approche explorée est de construire un seul modèle de programmation par contraintes pour l'ensemble du problème. Ce modèle incluait les contraintes sur les horaires ainsi que celles pour tous les types d'employés dans un seul modèle. De plus, le nombre d'employé était aussi une variable qui était modélisée en utilisant la possibilité d'inclure un horaire n'ayant aucune période de travail. Cette approche a permis de confirmer que notre problème était satisfiable, mais qu'il était difficile d'obtenir une variété de solutions, ce qui était nécessaire pour la création des scénarios.

Une fonction d'optimisation a aussi été proposée, mais la formulation du problème faisait en sorte qu'il est toujours plus efficace de maximiser le nombre d'employés à temps plein. Il a donc été choisi d'instancier le nombre d'employés de chaque type manuellement, de tester la satisfiabilité de l'instance dans chaque cas et ensuite de borner le nombre d'employés de chaque type. Ce choix est devenu notre seconde approche.

Comme les horaires des employés à temps plein et à temps partiel sont complémentaires, il est donc approprié de tenter de couvrir le maximum d'heures avec un nombre fixe d'employés à temps plein, puis de combler les périodes en excédent avec des employés à temps partiel. Le problème a donc été divisé en deux problèmes de satisfaction de contraintes résolus consécutivement.

La contrainte  $\mathcal{C}_2$  (12) est donc relaxée pour la résolution de la première étape (19). On enlève ensuite la possibilité d'avoir un horaire vide du tableau de la contrainte  $\mathcal{C}_1$  (11). La seconde étape demeure identique à l'approche précédente, à la seule différence que le tableau  $\mathbf{X}_{FT}$  est maintenant instancié.

$$C'_2 : \sum_{e=1}^{E_a} x_{e,p,j} \leq d_{p,j} \quad (19)$$

L'utilisation de différentes heuristiques de recherche a été explorée sommairement, mais la construction d'un vecteur contenant toutes les variables du problème étant une condition nécessaire pour l'appel d'heuristiques dans le solveur Choco, il s'est avéré difficile de mettre en oeuvre cette exploration. Il a donc été décidé de conserver l'heuristique de recherche par défaut de Choco. Cette approche nous a permis d'obtenir des solutions variées, permettant la suite du processus de création d'horaires optimales et robustes.

## 4.2 Scénarios et simulation

L'approche retenue pour générer les scénarios d'absence consiste à utiliser une chaîne de Markov. Cette approche permet d'inclure une relation de dépendance entre les différentes périodes. Pour la gestion de la demande, il aurait aussi été possible d'utiliser cette approche, mais afin de conserver la possibilité de générer des scénarios où le recouvrement est possible, le choix d'une distribution indépendante pour chaque période a permis de simplifier l'approche.

## 5 Résultats et Discussion

### 5.1 Comparaison des approches proposées

Le problème de référence peut être résolu avec un seul retour arrière. La première approche proposée permet d'obtenir une première solution dans un temps assez court, mais ne parvient pas à offrir d'autres solutions par la suite.

Instance	Temps	Noeuds	Retours arrières
Référence	0,627	5377	1
1 <sup>re</sup> approche	4,039	26129	43200

TABLE 1 – Statistiques, référence et première approche

La seconde approche permet de constater la structure du problème : la complexité de celui-ci tient au niveau des horaires des employés à temps partiel. Lorsque le nombre d'employés à temps plein augmente, la taille de l'instance diminue considérablement.

$E_{FT}$	Temps	Noeuds	Retours arrières
2	13,377	122100	240832
3	0,473	4683	7125
4	1,812	16543	31084
5	0,456	5728	9719
6	0,321	4363	7203
7	0,553	7255	13221
8	0,059	1479	1897
9	0,021	825	890

TABLE 2 – Statistiques, seconde approche

## 5.2 Résultats de l'étude de cas

À l'aide du modèle de génération d'horaires en 2 phases, 8 horaires présentant des ratios employés temps plein / employés temps partiel différents ont été obtenus (voir Annexe 1). Puisque les 2 types d'employés ont des contraintes différentes quant au recouvrement des différentes plages horaires, il a été possible de tester l'effet du taux d'absentéisme et de l'augmentation de la demande. L'effet de ces 2 paramètres sur le coût de recouvrement des 8 horaires sont présentés au Tableau 3. Ces coûts de recouvrement sont présentés comme un ratio par rapport au coût de l'horaire optimale, soit celle ayant un nombre d'employé temps plein maximal.

TABLE 3 – Effet des probabilités d'absentéisme et d'augmentation de la demande de travail sur le coût moyen de recouvrement des horaires.

Probabilité absence	Probabilité augmentation Demande	Ratio Employes Temps Plein / ( Employes Temps Plein + Employes Temps Partiel )							
		0.11	0.17	0.22	0.28	0.33	0.39	0.44	0.50
0.00	0.00	+5.0	+4.3	+3.5	+2.8	+2.1	+1.4	+0.7	+0.0 (0) <sup>1</sup>
0.02	0.00	+5.6	+5.3	+5.0	+4.5	+4.2	+3.9	+3.5	+3.1 (0.03) <sup>1</sup>
0.04	0.00	+6.3	+6.3	+6.2	+6.1	+6.2	+6.2	+6.1	+6.0 (0.04) <sup>1</sup>
0.06	0.00	+6.9	+7.2	+7.4	+7.6	+8.0	+8.2	+8.5	+8.8 (0.04) <sup>1</sup>
0.08	0.00	+7.4	+8.0	+8.5	+9.1	+9.7	+10.2	+10.8	+11.4 (0.03) <sup>1</sup>
0.10	0.00	+7.9	+8.7	+9.5	+10.4	+11.2	+12.0	+13.0	+13.7 (0.04) <sup>1</sup>
0.02	0.25	+17.4	+17.2	+17.0	+16.8	+16.7	+16.4	+16.3	+16.0 (0.04) <sup>1</sup>
0.02	0.50	+28.5	+28.5	+28.5	+28.4	+28.5	+28.3	+28.4	+28.2 (0.05) <sup>1</sup>
0.02	0.75	+40.0	+40.0	+40.2	+40.3	+40.5	+40.4	+40.7	+40.6 (0.06) <sup>1</sup>
0.02	1.00	+48.7	+48.7	+49.0	+49.0	+49.4	+49.4	+49.7	+49.8 (0.08) <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Écart maximal mesuré dans un échantillon de 30 lots de 1000 simulations.

Comme le montre ce tableau, pour une probabilité d'absentéisme nulle (sans absence), le coût des horaires augmente en fonction du nombre d'employé à temps partiel. Cela est dû au fait que ces employés ont un taux horaire régulier 10% plus élevé que celui des employés à temps plein. De plus, pour tous les ratios de type employés, l'augmentation de la probabilité d'absentéisme et l'augmentation de la probabilité d'augmentation de la demande de travail sont associées à l'augmentation du coût de recouvrement des horaires. Cette augmentation de coûts est liée à l'augmentation des heures travaillées (hausse de la demande), au temps supplémentaire des employés à temps plein (+50%) ainsi que du taux horaire régulier supérieur des employés à temps partiel, lesquels sont privilégiés pour effectuer les recouvrements. Enfin, ces résultats démontrent que le ratio de type d'employés qui conduit à l'horaire avec un coût de recouvrement minimal varie selon les deux paramètres testés. En effet, lorsque le nombre d'absence et/ou la demande de travail supplémentaire augmente de façon importante, un nombre d'employés à temps partiel supérieur par rapport au nombre d'employés à temps plein permet d'obtenir un horaire au coût de recouvrement le plus faible. La principale raison est une diminution du temps supplémentaire effectué par les employés à temps plein. La Figure 4 montre les ratios de type d'employés à privilégier pour la construction des horaires en fonction des probabilités d'absence et d'augmentation de la demande de travail.

## 6 Conclusion

En conclusion, une approche stochastique a été proposée pour la production d'horaires de travail optimaux. Par rapport à d'autres travaux portant sur un problème semblable, cette étude inclut

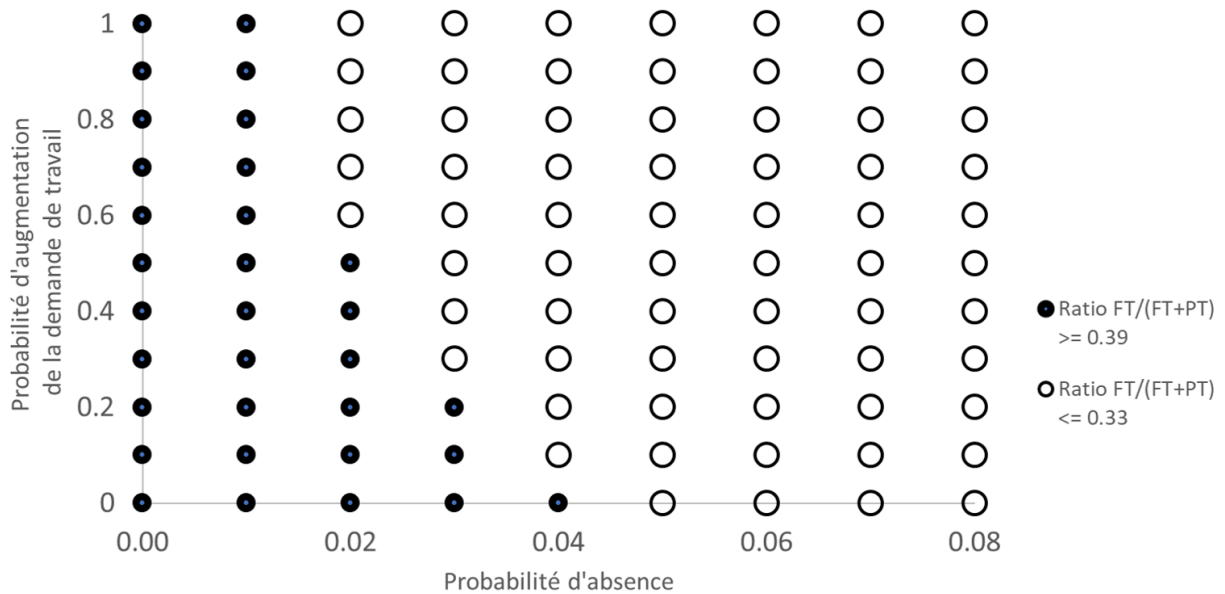


FIGURE 4 – Proportion d’employés à temps plein optimale en fonction des probabilités d’absentéisme et d’augmentation de la demande de travail.

l’élaboration d’un modèle avec une résolution en deux étapes qui s’est avéré efficace pour la production d’une banque d’horaires avec des ratios de type d’employés différents. Cette banque d’horaires a par la suite été soumise à des simulations, impliquant la génération d’absences et la modification de la demande de travail par une approche probabiliste. Enfin, un algorithme a été utilisé, sur chacune des horaires simulés, afin d’évaluer le coût associé à leur recouvrement. En générant un grand nombre de simulations et en calculant la moyenne des coûts de recouvrement, il a été possible d’évaluer précisément la robustesse des différents horaires face à l’absentéisme et aux variations de la demande de travail. De plus, l’approche proposée permet une grande flexibilité quant au type d’horaires produits et pourrait être adaptée à d’autres impondérables auxquels font face les entreprises.

Quelques améliorations pourraient être apportées à l’approche actuelles. Tout d’abord, le principe de production d’horaires initiales en deux étapes aurait pu être étendu pour permettre la production d’horaires ayant des nombres d’employés différents. En effet, il aurait été intéressant de définir d’autres classes d’employés à temps partiel basées sur leur nombre d’heures travaillées (2, 3 ou 4). Ainsi, en ajoutant une étape intermédiaire pour définir un certain nombre d’employés provenant de ces différentes classes, il aurait été possible de jouer sur le nombre d’employés actifs tout en diminuant les tailles des instances à traiter par le solveur. Une autre limitation de cette étude est qu’elle ne prend pas en considération les effets négatifs de changements excessifs aux horaires de travail des différents employés. Ces effets négatifs aurait pu être traduits en coût et ajoutés au calcul du coût de recouvrement. Enfin, les valeurs de certains paramètres de cette étude sont fictifs et auraient pu être basés sur des études de cas réels.

## Bibliographie

- [1] Fred F. Easton and John C. Goodale. Schedule recovery : Unplanned absences in service operations\*. 36(3) :459–488. ISSN 0011-7315. doi : 10.1111/j.1540-5414.2005.00080.x.
- [2] Daesik Hur, Vincent Mabert, and Kurt Bretthauer. Real-time work schedule adjustment decisions : An investigation and evaluation. 13(4) :322–339. ISSN 10591478.
- [3] Roby Joehanes. *JDistlib : Java library of statistical distribution*, 2018. URL <https://sourceforge.net/projects/jdistlib/>.
- [4] Michael Mac-Vicar, Juan Carlos Ferrer, Juan Carlos Muñoz, and César Augusto Henao. Real-time recovering strategies on personnel scheduling in the retail industry. 113 :589–601. ISSN 03608352. doi : 10.1016/j.cie.2017.09.045.
- [5] Charles Prud’homme, Jean-Guillaume Fages, and Xavier Lorca. *Choco Documentation*. TASC - LS2N CNRS UMR 6241, COSLING S.A.S., 2017. URL <http://www.choco-solver.org>.

## Annexe 1 : Horaires initiales générées par le modèle

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	14
Employee 02	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000000	16
Employee 03	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000	16
Employee 04	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000000	16
Employee 05	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	08
Employee 06	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	08
Employee 07	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	16
Employee 08	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	16
Employee 09	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	16
Employee 10	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	14
Employee 11	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000011	000011	10
Employee 12	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	14
Employee 13	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	14
Employee 14	001100	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	08
Employee 15	110000	000000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	110000	110000	10
Employee 16	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 02	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12676,00															

TABLE 4 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.11.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000   16
Employee 02	000000	000000	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000   14
Employee 03	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	000000   16
Employee 04	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011   16
Employee 05	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000000	000000   16
Employee 06	000000	001100	000000	001100	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000   14
Employee 07	000000	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	000000	001100	001100	000000	000000	000000   16
Employee 08	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000   16
Employee 09	000011	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000   08
Employee 10	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011   08
Employee 11	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	001100	001100	001100   08
Employee 12	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	001100	001100	001100   08
Employee 13	001100	000000	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000   10
Employee 14	110000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	000000   10
Employee 15	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	000000   16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100   20
Employee 02	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011   20
Employee 03	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100   20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433
Total schedule Cost : \$12516,00															

TABLE 5 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.17.



Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	10
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	08
Employee 04	000000	001100	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	001100	000000	001100	001100	001100	16
Employee 05	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	16
Employee 06	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	16
Employee 07	000000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	08
Employee 08	000000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	16
Employee 09	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	08
Employee 10	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	001100	000000	001100	10
Employee 11	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 12	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	16
Employee 13	110000	000000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	16
Employee 14	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 02	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	20
Employee 03	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000	20
Employee 04	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12356,00															

TABLE 6 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.22.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	001100	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	12
Employee 02	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 04	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	08
Employee 05	000000	000000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Employee 06	000000	110000	000000	110000	000000	000000	110000	000000	000000	110000	000000	110000	000000	000000	12
Employee 07	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	08
Employee 08	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	08
Employee 09	001100	000000	001100	000000	001100	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	16
Employee 10	001100	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	16
Employee 11	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	001100	000000	000000	16
Employee 12	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000	001100	000000	001100	001100	000000	001100	001100	16
Employee 13	110000	110000	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 02	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 03	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 04	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	20
Employee 05	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12196,00															

TABLE 7 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.28.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000000	000000	14
Employee 04	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000	001100	000000	001100	001100	001100	001100	14
Employee 05	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 06	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	08
Employee 07	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 08	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	14
Employee 09	001100	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	10
Employee 10	001100	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	08
Employee 11	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	001100	000000	001100	000000	000000	16
Employee 12	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 02	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 03	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	20
Employee 04	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	20
Employee 05	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	20
Employee 06	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12036,00															

TABLE 8 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.33.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000011	10
Employee 04	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000000	14
Employee 05	000000	000000	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	14
Employee 06	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	08
Employee 07	000000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	08
Employee 08	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	08
Employee 09	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000011	000000	000000	000000	000011	000000	000000	000000	12
Employee 10	001100	001100	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 11	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	14
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 02	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 03	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	20
Employee 04	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Employee 05	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	000000	001100	001100	000000	000000	20
Employee 06	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	20
Employee 07	110000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$11876,00															

TABLE 9 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.39.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000011	000000	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 04	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	001100	001100	08
Employee 05	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	08
Employee 06	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Employee 07	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	14
Employee 08	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	08
Employee 09	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	14
Employee 10	110000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000011	20
Employee 02	000000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	20
Employee 03	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	20
Employee 04	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	20
Employee 05	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	20
Employee 06	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	20
Employee 07	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	001100	20
Employee 08	110000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$11716,00															

TABLE 10 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.44.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 04	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	08
Employee 05	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	08
Employee 06	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	08
Employee 07	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 08	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 09	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 02	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 03	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 04	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 05	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 06	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 07	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 08	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	20
Employee 09	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$11556,00															

TABLE 11 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.50.

## Annexe 2 : Pseudo-Code de l'algorithme de recouvrement des horaires

```

boolean[][] algoScheduleRecovery (Schedule modifiedSchedule)

    int totalNumberOfEmployees = modifiedSchedule.getNumberFullTimeEmployee() + modifiedSchedule.getNumberPartTimeEmployee();
    int initialRemainingRecoveringAction = modifiedSchedule.numberOfWorkingActionsToPerform;
    int currentRemainingRecoveringAction = initialRemainingRecoveringAction;
    int numberBackTrack = 1;
    int maximalBackTracksAllowed = 100,000;
    boolean[][] alreadyPerformedRecoveringActionsMatrix = {false, false, ...}, {false, false, ...}, ...;
    boolean[][] currentRecoveredEmployeesSchedule = modifiedSchedule.getEmployeesSchedule();
    boolean isSolutionFound = false;

    while ( !isSolutionFound And numberBackTrack < maximalBackTracksAllowed ) {

        PriorityQueue<RecoveringAction> recoveringActionsOrderedByCost =
            getPossibleRecoveringActionsOrderedByCost(currentRecoveredEmployeesSchedule, alreadyPerformedRecoveringActionsMatrix);

        if (recoveringActionsOrderedByCost.size() > 0){
            currentRecoveringAction = chooseMinimalCostRecoveringActionRandomly(recoveringActionsOrderedByCost);
            alreadyPerformedRecoveringActionsMatrix [currentRecoveringAction.employee][currentRecoveringAction.workPeriod] = true;
            currentRecoveredEmployeesSchedule [currentRecoveringAction.employee][currentRecoveringAction.workPeriod] = true;
            currentRemainingRecoveringAction--;
        } else {

            currentRemainingRecoveringAction = initialRemainingRecoveringAction;
            currentRecoveredEmployeesSchedule = modifiedSchedule.getEmployeesSchedule();
            numberBackTrack++;
        }

        if (currentRemainingRecoveringAction == 0){
            isSolutionFound = true;
        }

        if (numberBackTrack % (totalNumberOfEmployees) == 0) {
            initializeAlreadyPerformedRecoveringActionsMatrix ();
        }

    }

    return currentRecoveredEmployeesSchedule;

```

FIGURE 5 – Pseudo-Code de l'algorithme de recouvrement des horaires.