



Rapport de recherche

Travail présenté à Claude-Guy Quimper
IFT-7020 Optimisation combinatoire
Session d'hiver 2018

Réalisé par
François Bérubé et François Pelletier ;
900226407, 908144032

Table des matières

1	Introduction	1
2	Description du problème	1
2.1	Instance considérée	1
2.1.1	Horaire initial	1
2.1.2	Incertitude	2
2.1.3	Recouvrement	2
3	Approche proposée	2
3.1	Paramètres	2
3.2	Variables	3
3.3	Énumération des horaires valides	4
3.4	Contraintes	4
3.5	Génération des scénarios de demande excédentaire	5
3.6	Génération de scénarios d’absences	5
3.7	Recouvrement des horaires	6
4	Protocole d’expérimentation	6
4.1	Métriques observées	6
4.2	Production des horaires initiaux	6
4.3	Scénarios et simulation	8
5	Résultats et discussion	8
5.1	Comparaison des approches proposées	8
5.2	Résultats de l’étude de cas	8
6	Conclusion	9
	Bibliographie	11

1 Introduction

La planification d’horaires de travail est un enjeu important pour plusieurs entreprises et organisations publiques. Si elle est inadéquate, elle peut entraîner une diminution des profits en plus d’avoir des répercussions sur les dates de livraison de ses différents contrats. Parmi les raisons qui rendent cette tâche difficile, on dénombre les restrictions complexes de la loi sur les normes du travail, une variabilité saisonnière des besoins en main-d’oeuvre et une incertitude liée au taux d’absentéisme. Les horaires produits doivent permettre le rajustement selon les deux facteurs précédents, tout en minimisant le coût des salaires.

Le présent rapport propose une approche stochastique pour la production d’horaires robustes en fonction du taux d’absentéisme et de la variabilité de la demande de travail. Une banque d’horaires valides est d’abord générée avec le solveur Choco de manière efficace et en prenant soin d’obtenir des différences importantes quant aux types d’employés (temps plein ou partiel). Par la suite, ces horaires variés sont soumis à une fonction qui génère des absences et des augmentations ponctuelles de la demande de travail. On utilise ensuite un algorithme de recouvrement pour combler les différentes périodes en déficit de main-d’œuvre. Les coûts de recouvrement moyens de ces différents horaires modifiés serviront à évaluer la robustesse des horaires face aux probabilités d’absentéisme et d’augmentation de la demande. Enfin, des résultats montreront que cette méthode permet d’évaluer le ratio d’employés `temps plein` / `temps partiel` optimal en fonction de ces facteurs.

2 Description du problème

Nous présentons un problème de planification d’horaires de travail optimaux et robustes. L’approche de modélisation proposée inclut des éléments d’incertitude au niveau de l’absentéisme des employés et de la possibilité d’un accroissement temporaire de la demande à tout instant. L’horaire optimal sélectionné doit minimiser les coûts de recouvrement des absences, en plus de permettre l’augmentation de la demande en employés tout en limitant le recours à des heures supplémentaires. Une fois que les scénarios aléatoires sont générés, il faut effectuer un recouvrement au coût le plus faible, tout en respectant un ensemble de contraintes différent.

2.1 Instance considérée

2.1.1 Horaire initial

On considère la planification d’un horaire de travail initial sur un cycle de 14 jours. Chaque journée est composée de six périodes de travail, d’une durée de quatre heures chacune. Il y a deux types d’employés : à temps plein (*FT*) qui travaillent 80 heures régulières par cycle et à temps partiel (*PT*) qui travaillent entre 32 et 80 heures par cycle. La demande de travail quotidienne, soit le nombre d’employés requis par période de travail, est définie par le vecteur 2-2-4-4-3-3. Ainsi, le nombre d’employés requis est de deux pour la matinée, quatre pour le milieu de la journée et trois pour la soirée et ce, pour toute la durée du cycle.

Tous les employés, lorsqu’ils effectuent une journée de travail, sont présents durant deux périodes consécutives, pour une durée totale de huit heures. Les employés à temps plein débutent soit à la première, la troisième ou la cinquième période. Une période de repos minimale de 12 heures est requise entre deux séquences de travail. De plus, les employés à temps plein travaillent une fin de semaine sur deux et jamais plus de 5 journées consécutives. Ceux à temps partiel travaillent le même nombre de jours à l’intérieur de chacune des deux périodes allant du lundi au vendredi.

Les employés ont un salaire de base de 10\$/h. On ajoute 1\$/h pour ceux à temps partiel afin de compenser une plus faible productivité. Les employés à temps plein ont un salaire de 15\$/h pour les heures supplémentaires. De plus, le calcul du coût pour un cycle donné inclut des frais fixes de gestion de 50\$ par employé, peu importe son type.

2.1.2 Incertitude

On considère deux sources d'incertitude : les absences des employés et l'accroissement de la demande. Cette approche s'inspire des travaux de [6]. La fréquence d'absence, à chaque période, variant entre 0 et 0.1. De plus, si une absence se produit durant la première période de travail d'un quart, la probabilité de retour à la période suivante est de 0.5. La probabilité associée à l'augmentation de la demande en employés est comprise dans l'ensemble $\{0, 0.25, 0.5, 0.75, 1\}$ pour une hausse d'un employé. On multiplie cette dernière probabilité par 0,2 pour obtenir la probabilité d'une hausse de deux employés et par 0,04 pour obtenir celle associée à trois employés supplémentaires.

2.1.3 Recouvrement

Une fois les scénarios d'incertitude générés pour chaque horaire initial, on appliquera les règles de recouvrement suivantes, en considérant des périodes de travail de quatre heures :

- Un maximum de trois périodes par quart de travail.
- Un minimum de trois périodes de repos entre les quarts de travail.
- Pour chaque horaire, un maximum de 20 périodes de travail après recouvrement des employés à temps partiel et de 30, pour ceux à temps plein.
- Les employés à temps plein ont droit aux heures supplémentaires pour chaque recouvrement effectué. De plus, ces derniers sont payés au salaire horaire de base en cas d'absence. Par contre, les employés à temps partiel n'ont pas droit à ces deux avantages.

3 Approche proposée

On modélise ce problème à l'aide de la programmation par contraintes. Les différentes étapes suivies sont présentées à la figure 1. Le choix de cette méthodologie est basé sur différents travaux dans le domaine de la planification d'horaires de travail [2, 3, 5]. On développe donc un ensemble de paramètres, de variables et de contraintes.

3.1 Paramètres

L'horaire a une durée de J jours de P périodes de $i = \frac{24}{P}$ heures chacune. La matrice $\mathbf{D} \in \mathbb{N}^{P \times J}$ représente la demande de travail où on définit celle de la période p de la journée j par $d_{p,j}$. L'équation (1) définit la demande totale pour la durée de l'horaire de travail .

$$d_{tot} = \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^J d_{p,j} \quad (1)$$

On représente l'ensemble des types d'employés disponibles $a \in \mathcal{A}$. Les employés travaillent entre $h_{min,a}$ et $h_{max,a}$ heures. On définit le nombre d'heures de repos minimal $r_{min,a}$ et le nombre maximal de journées consécutives par $j_{max,a}$.

Le nombre d'employés total est variable selon la demande de travail. En tentant de résoudre le problème de satisfiabilité avec un nombre différent de chaque type d'employés, on peut estimer des

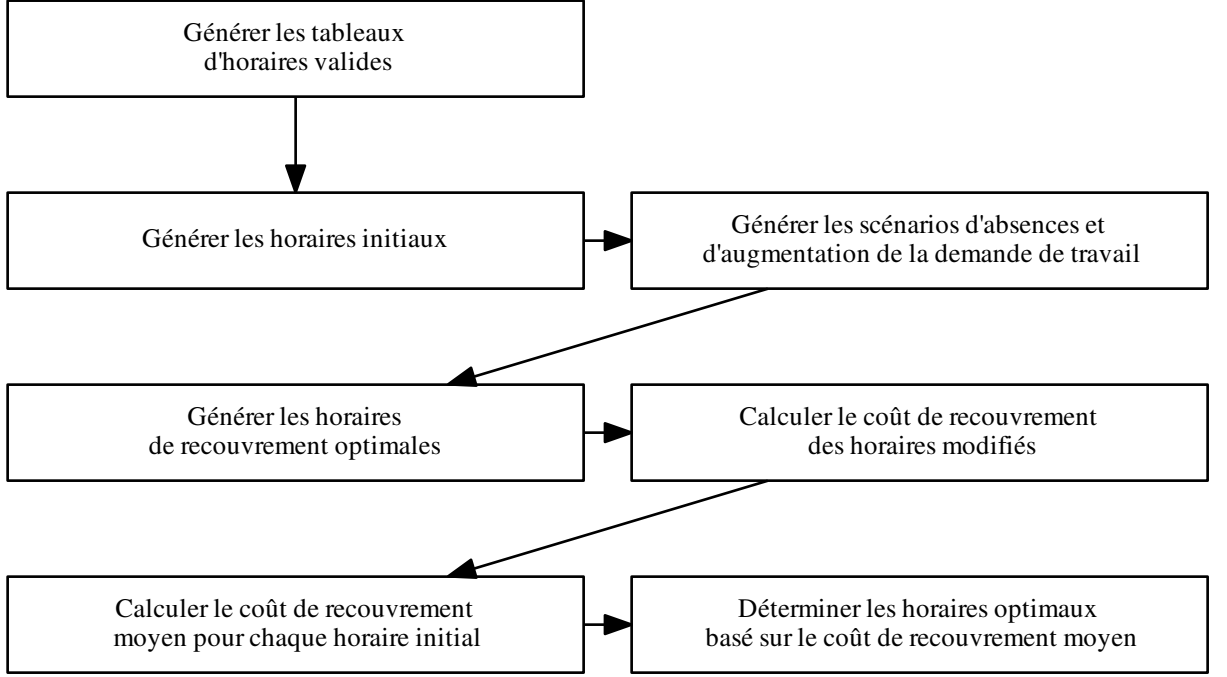


FIGURE 1 – Étapes de la production d’horaires optimaux et robustes

bornes inférieure et supérieure à ce nombre. On peut calculer le maximum d’employés par type par les ratios suivants (2) :

$$E_a = \frac{d_{tot}}{h_{min,a}}, \quad \forall a \in \mathcal{A} \quad (2)$$

Enfin, chacun a un salaire par période de s_a et encourent des frais fixes de f_a .

3.2 Variables

On représente les horaires de travail par deux tableaux \mathbf{X}_{FT} et \mathbf{X}_{PT} de variables booliennes x , vraies si l’employé e du type a travaille à la période p de la journée j et fausse sinon (3).

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_a &= (x_{e,j,p,a}) \in \mathbb{N}^{E_a \times J \times P}, & \forall a \in \mathcal{A} \\ \text{dom}(x_{e,j,p,a}) &= \{0, 1\}, & \forall 1 \leq e \leq E_a, 1 \leq j \leq J, 1 \leq p \leq P, a \in \mathcal{A} \end{aligned} \quad (3)$$

On définit l’horaire de l’employé e de type a par la matrice $X_{e,a}$ (4).

$$X_{e,a} = \begin{bmatrix} x_{e,1,1,a} & \cdots & x_{e,1,J,a} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{e,P,1,a} & \cdots & x_{e,P,J,a} \end{bmatrix} \quad \forall e \in [0, E_a], a \in \mathcal{A} \quad (4)$$

3.3 Énumération des horaires valides

Afin de réduire la taille du problème, les listes des horaires quotidiens valides pour les deux types d'employés sont générées. Ces deux sous-problèmes de satisfaction peuvent aussi être résolus avec le solveur Choco [7]. L'énumération de toutes les solutions obtenues servira à générer l'ensemble des tuples d'une contrainte TABLEAU.

On définit un vecteur $\vec{W}_a \in \mathbb{N}^J$. Les variables booliennes w_j forment un horaire de J journées pour un employé de type a . Il doit respecter le nombre de périodes travaillées désirées (5).

$$h_{min,a} \leq i \sum_{j=1}^J w_j \leq h_{max,a} \quad (5)$$

L'horaire de l'employé à temps partiel doit contenir un même nombre de jours dans les deux sous-périodes du lundi au vendredi $j \in [p_{min}^{(1)}, p_{max}^{(1)}] = [1, 5]$ et $j \in [p_{min}^{(2)}, p_{max}^{(2)}] = [8, 12]$ (6).

$$\sum_{j=p1_{min}}^{p1_{max}} w_j = \sum_{j=p2_{min}}^{p2_{max}} w_j \quad (6)$$

Il doit inclure le travail durant une fin de semaine sur deux (7).

$$w_6 = w_7 \wedge w_{13} = w_{14} \wedge w_6 \neq w_{13} \quad (7)$$

Il doit respecter le nombre maximum de jours consécutifs travaillés autorisés. On utilise une contrainte REGULAR «réifiée» pour représenter le non-respect de cette contrainte : lorsqu'une séquence de jours dont la longueur est supérieure à $j_{max,A}$. L'expression régulière qui modélise ces horaires est présentée à la figure 2. On obtient, pour chaque type de travailleur, une liste de vecteurs à laquelle on ajoute le vecteur nul, pour la situation où l'employé est exclu de l'horaire.

$[01]*1\{5,\}[01]*$

FIGURE 2 – Expression régulière qui représente l'horaire des employés.

Enfin, en effectuant le produit tensoriel de la matrice des horaires sur deux semaines \mathbf{W}_a (8) et de la matrice \mathbf{Q}_a des horaires quotidiens (9), on obtient un tableau d'horaires par périodes travaillées valides $\mathbf{V}_a \in \mathbb{N}^3$ (10).

$$\mathbf{W}_a = \left(\vec{W}_a \right) \quad (8)$$

$$\mathbf{Q}_a = \begin{bmatrix} q_{1,1} & \cdots & q_{P,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{1,n_{hq,a}} & \cdots & q_{P,n_{hq,a}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{W}_a \otimes \mathbf{Q}_a \quad (10)$$

3.4 Contraintes

Chaque horaire d'employé X_e doit d'abord être valide (section 3.3). Il doit donc satisfaire une contrainte TABLEAU (11). La planification doit aussi satisfaire la demande en employés, en utilisant

une contrainte SUM (12). Afin de réduire la taille de l'arbre de recherche, nous imposons la contrainte de bris de symétrie suivante : les horaires des employés à temps plein et à temps partiel doivent s'établir, séparément, en ordre lexicographique. On utilise alors la contrainte LEXLESSQ (13).

$$\mathcal{C}_1 : \text{TABLEAU}(\mathbf{V}_a, X_e), \quad \forall e \in [1, E_a], a \in \mathcal{A} \quad (11)$$

$$\mathcal{C}_2 : \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{e=1}^{E_a} x_{e,p,j} = d_{p,j}, \quad \forall 1 \leq p \leq P, 1 \leq j \leq J \quad (12)$$

$$\mathcal{C}_3 : \text{LEXLESSQ}(X_i, X_{i+1}), \quad \forall i \in [1, E^a - 1], a \in \mathcal{A} \quad (13)$$

3.5 Génération des scénarios de demande excédentaire

Chaque valeur $d_{p,j}$ de la matrice de demande peut augmenter par une quantité de demande excédentaire, représentée par une variable aléatoire $D_{p,j}^{(exc)}$, où (14) définit la fonction de masse de probabilités. On utilise la librairie JDistLib [4] pour générer des valeurs aléatoires de cette variable.

$$P_{D^{(exc)}}(x) = \begin{cases} 1 - 1.24p & x = 0 \\ p, & x = 1 \\ 0.2p, & x = 2 \\ 0.04p, & x = 3 \end{cases}, \quad p \in \left[0, \frac{25}{31}\right] \quad (14)$$

On obtient alors une matrice de demande modifiée \mathbf{D}' où $d'_{p,j} = d_{p,j} + D_{p,j}^{(exc)}$.

On pourra répéter cette procédure pour générer différentes matrices de demande de travail modifiées. Cette approche de simulation s'inspire des recherches de [8] sans toutefois reprendre le modèle des variables stochastiques.

3.6 Génération de scénarios d'absences

On génère des scénarios d'absences $\vec{B}_{e,A}$ indépendants pour chaque employé e de type A (15) à l'aide d'une chaîne de Markov sur deux états (0 : indisponible ; 1 : disponible) ayant pour matrice de transition 16 où $p(s_1, s_2)$ est la probabilité de transition entre les états s_1 et s_2 . Tout comme pour la génération des scénarios de demande, on utilise JDistLib [4] pour générer aléatoirement les valeurs de transition entre chaque période.

$$\vec{B}_{e,A} = [b_{1,1}, \dots, b_{P,1}, b_{1,2}, \dots, b_{P,2}, \dots, b_{1,J}, \dots, b_{P,J}], \quad \forall 1 \leq e \leq E_A \quad (15)$$

$$S = \begin{bmatrix} p(0,0) & 1 - p(0,0) \\ 1 - p(1,1) & p(1,1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

On produit ensuite une matrice de présences \mathbf{B}_A à l'aide du vecteur $\vec{B}_{e,A}$. Pour produire la grille horaire du scénario d'absence $\mathbf{X}_{abs,A}$, on effectue le produit de Hadamard entre la grille initiale et cette matrice.

$$\mathbf{B}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1,A} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{E_A,A} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{X}_{abs,A} = \mathbf{X}_A \cdot \mathbf{B}_A \quad (18)$$

On pourra répéter cette procédure plusieurs fois pour obtenir différents scénarios d'absences.

3.7 Recouvrement des horaires

Une fois les absences et les nouveaux vecteurs de demande de travail générés dans chacun des horaires initiaux, un algorithme de recouvrement local des horaires est lancé sur chacune des simulations. Celui-ci est semblable à celui utilisé dans des travaux portant sur un problème semblable [3, 5]. Cette étape permettra de trouver des coûts de recouvrement moyens pour chacune des horaires initiaux et ainsi, trouver laquelle correspond au coût de recouvrement le plus faible.

Étant donné que chaque recouvrement influence les subséquents en raison des contraintes définies à la section 2.1.3, ce problème est NP-complet. Le nombre de nœuds de l'arbre de recherche permettant de trouver le coût minimal varie donc de façon exponentielle avec le nombre d'absences et d'augmentation de demande de travail. Pour éviter que le temps de calcul soit trop important pour cette phase de recouvrement, une fouille partielle de l'arbre de recherche est effectuée par des plongées successives dans l'arbre de recherche jusqu'à ce qu'une solution soit trouvée. Le pseudocode associé à cet algorithme est présenté à l'annexe 2. L'algorithme de recouvrement a les caractéristiques suivantes :

- Les plongées successives sont guidées par une euristique qui choisit l'action de recouvrement ayant le coût minimum à chacun des nœuds. Si plusieurs actions correspondent à ce coût minimum, cette dernière est choisie de façon aléatoire, ce qui permet de mieux explorer l'arbre de recherche.
- Lors de ces plongées successives dans l'arbre de recherche, chaque action de recouvrement, caractérisée par un employé donné recouvrant à une période de travail donné, est marquée dans une matrice de nœuds visités pour éviter de refaire celle-ci lors d'une plongée subséquente.
- Lorsqu'aucune action n'est possible sans que l'horaire ne soit complètement recouvert, on recommence une nouvelle fouille à partir du sommet de l'arbre.
- Lorsqu'un certain nombre de retours arrière est atteint, on réinitialise la matrice des nœuds visités et on recommence le processus. L'algorithme permet aussi de s'arrêter après avoir atteint un certain seuil de retours arrière.

Bien que l'horaire de recouvrement obtenu par cet algorithme ne conduit pas au coût minimum dans tous les cas, celui-ci s'en approche. Cette façon de procéder a cependant l'avantage d'être beaucoup plus rapide qu'une fouille complète. Cette plus grande rapidité permet de compenser ce biais par rapport à l'optimum, par un plus grand nombre de simulations effectuées.

4 Protocole d'expérimentation

4.1 Métriques observées

Pour évaluer les résultats, les tailles d'instances seront comparées à l'aide du nombre de nœuds des arbres de recherche. La performance de l'algorithme de recherche sera observée par le nombre de retours arrière. Comme il s'agit d'un problème de satisfiabilité, la possibilité de résoudre l'instance pour différents paramètres prime sur la performance. Des vitesses de résolution de l'ordre des secondes sont toutefois envisageables.

Pour évaluer la qualité des horaires produite, le cout de recouvrement moyen, pour l'ensemble des simulations effectuées sur un horaire initial, sera considéré. Un cout minimal impliquera un horaire plus robuste.

4.2 Production des horaires initiaux

Le problème de référence pour la comparaison des différents résultats correspond à la première solution retournée au problème de satisfiabilité des contraintes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 .

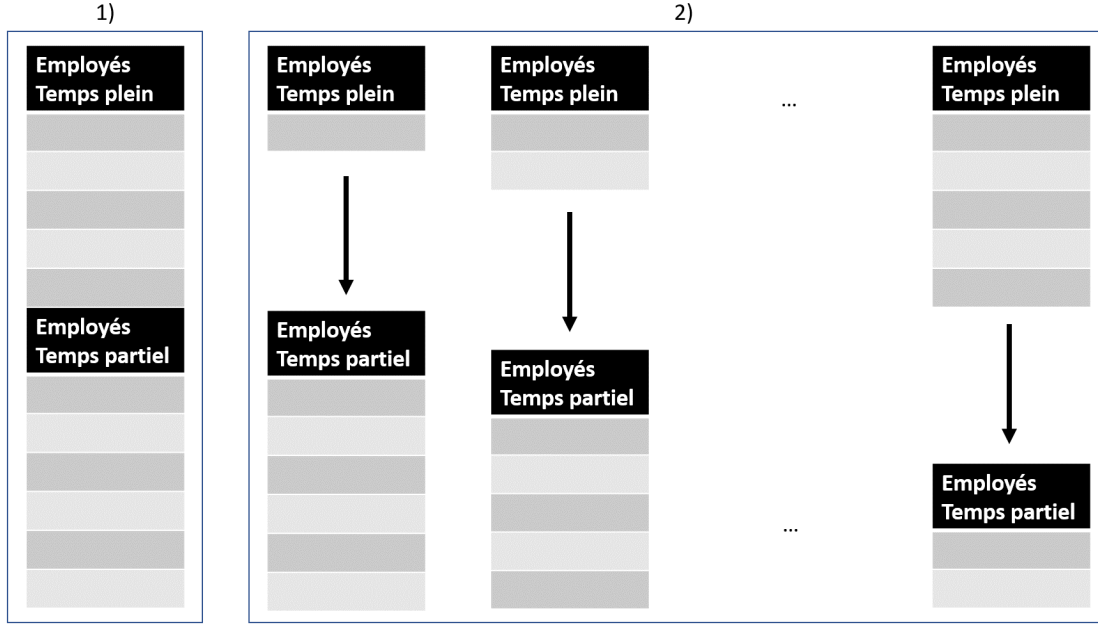


FIGURE 3 – Modèles proposés pour la génération des horaires initiaux.

Les deux approches explorées pour la production des horaires initiaux sont présentées à la Figure 3. La première approche explorée 1) a été de construire un seul modèle de programmation par contraintes pour l'ensemble du problème. Ce modèle rendait possible l'obtention de différents nombres d'employés par la possibilité d'inclure un horaire sans période de travail. Ce modèle incluait aussi les contraintes sur les horaires pour tous les deux types d'employés. Cette approche a permis de confirmer que notre problème était satisfiable avec les paramètres de l'instance choisis. Cependant, il était difficile d'obtenir une grande variété de solutions de façon efficace, ce qui était nécessaire pour choisir des horaires optimaux basés sur leur robustesse face à l'absentéisme et à l'augmentation de la demande.

On a aussi testé une fonction d'optimisation inspirée des travaux de [1], mais notre formulation du problème faisait en sorte qu'il est toujours plus efficace de maximiser le nombre d'employés à temps plein. La satisfiabilité de l'instance est vérifiée pour différents nombres d'employés dans chaque cas et ensuite, il a pu être borné. Ce choix est devenu notre seconde approche 2).

Il semble donc approprié de tenter de couvrir le maximum d'heures avec un nombre fixe d'employés à temps plein, puis de combler les périodes en excédent avec des employés à temps partiel. S'en suit une division en deux problèmes de satisfaction de contraintes résolus consécutivement.

La contrainte \mathcal{C}_2 (12) est donc relaxée pour la résolution de la première étape (19). On enlève ensuite la possibilité d'avoir un horaire vide du tableau de la contrainte \mathcal{C}_1 (11). La seconde étape demeure semblable à l'approche précédente, sauf que le tableau \mathbf{X}_{FT} est instancié.

$$\mathcal{C}'_2 : \sum_{e=1}^{E_a} x_{e,p,j} \leq d_{p,j} \quad (19)$$

L'utilisation de différentes heuristiques de recherche a été explorée sommairement. La construction d'un vecteur qui contient toutes les variables du problème est une condition nécessaire pour l'appel d'autres heuristiques dans le solveur Choco. Il s'est donc avéré difficile de mettre en œuvre cette

exploration étant donné la taille de l'instance. L'heuristique par défaut est conservée, mais l'utilisation de redémarrages aléatoires a ensuite été ajoutée. Cette approche nous a permis d'obtenir des solutions variées, permettant la suite du processus de création d'horaires optimaux et robustes.

4.3 Scénarios et simulation

L'approche des chaînes de Markov permet d'inclure une relation de dépendance entre les différentes périodes. Pour la gestion de la demande, il aurait aussi été possible d'utiliser cette approche, mais afin de conserver la capacité de générer des scénarios où le recouvrement est possible, le choix d'une distribution indépendante pour chaque période est plus simple. 10 scénarios d'augmentation de la demande de travail sont générés. Pour chacun de ces scénarios, 100 horaires modifiés avec la génération d'absences sont ensuite obtenus, pour un total de 1000 simulations par horaire initial.

5 Résultats et discussion

5.1 Comparaison des approches proposées

Le problème de référence peut être résolu avec un seul retour arrière. La première approche proposée permet d'obtenir une première solution dans un temps assez court, mais ne parvient pas à offrir d'autres solutions par la suite dans un temps raisonnable. Les statistiques de ces deux exécutions se trouvent à la table 1.

TABLE 1 – Statistiques, référence et première approche

Instance	Temps	Nœuds	Retours arrière
Référence	0,627	5377	1
1 ^{re} approche	4,039	26129	43200

La seconde approche permet de constater la structure du problème : la complexité de celui-ci est davantage influencée par la résolution des horaires des employés à temps partiel. Lorsque le nombre d'employés à temps plein augmente, la taille de l'instance diminue considérablement. Les résultats de la table 2 sont obtenus par simulation.

TABLE 2 – Statistiques, seconde approche

E_{FT}	Temps	Nœuds	Retours arrière
2	13,377	122100	240832
3	0,473	4683	7125
4	1,812	16543	31084
5	0,456	5728	9719
6	0,321	4363	7203
7	0,553	7255	13221
8	0,059	1479	1897
9	0,021	825	890

5.2 Résultats de l'étude de cas

À l'aide du modèle de génération en deux phases (approche 2), il est possible d'obtenir huit horaires qui présentent des ratios `temps plein / temps partiel` différents (voir annexe 1), mais un

nombre d'employés total constant. Puisque les deux types d'employés ont des contraintes différentes quant au recouvrement des plages horaires, les effets du taux d'absentéisme et de l'augmentation de la demande ont pu être testés. Les effets de ces deux paramètres sont présentés au tableau 3. Ces coûts de recouvrement sont présentés comme un ratio par rapport au coût de l'horaire optimal, soit celui associé à un horaire avec un nombre d'employés à temps plein maximal.

TABLE 3 – Effet de l'absentéisme et de l'augmentation de la demande sur le coût moyen de recouvrement.

Probabilité absence	Probabilité augmentation Demande	Ratio Employes Temps Plein / (Employes Temps Plein + Employes Temps Partiel)							
		0.11	0.17	0.22	0.28	0.33	0.39	0.44	0.50
0.00	0.00	+5.0	+4.3	+3.5	+2.8	+2.1	+1.4	+0.7	+0.0 (0) ¹
0.02	0.00	+5.6	+5.3	+5.0	+4.5	+4.2	+3.9	+3.5	+3.1 (0.03) ¹
0.04	0.00	+6.3	+6.3	+6.2	+6.1	+6.2	+6.2	+6.1	+6.0 (0.04) ¹
0.06	0.00	+6.9	+7.2	+7.4	+7.6	+8.0	+8.2	+8.5	+8.8 (0.04) ¹
0.08	0.00	+7.4	+8.0	+8.5	+9.1	+9.7	+10.2	+10.8	+11.4 (0.03) ¹
0.10	0.00	+7.9	+8.7	+9.5	+10.4	+11.2	+12.0	+13.0	+13.7 (0.04) ¹
0.02	0.25	+17.4	+17.2	+17.0	+16.8	+16.7	+16.4	+16.3	+16.0 (0.04) ¹
0.02	0.50	+28.5	+28.5	+28.5	+28.4	+28.5	+28.3	+28.4	+28.2 (0.05) ¹
0.02	0.75	+40.0	+40.0	+40.2	+40.3	+40.5	+40.4	+40.7	+40.6 (0.06) ¹
0.02	1.00	+48.7	+48.7	+49.0	+49.0	+49.4	+49.4	+49.7	+49.8 (0.08) ¹

¹Écart maximal mesuré dans un échantillon de 30 lots de 1000 simulations.

Comme le montre ce tableau, pour une probabilité d'absentéisme nulle, le coût des horaires augmente en fonction du nombre d'employés à temps partiel. Cela est dû au fait que ces employés ont un taux de base 10% plus élevé que celui des employés à temps plein. De plus, pour tous les ratios de type d'employés, la probabilité d'absentéisme et la probabilité d'augmenter la demande de travail sont corrélées au coût de recouvrement des horaires. Cette augmentation des coûts est due à l'augmentation des heures travaillées (hausse de la demande), aux heures supplémentaires des employés à temps plein ainsi que du taux de base supérieur des employés à temps partiel. Ces derniers sont privilégiés pour effectuer les recouvrements.

Enfin, ces résultats démontrent que le ratio de type d'employés, qui conduit à l'horaire avec un coût de recouvrement minimal, varie selon les deux paramètres testés. Lorsque le nombre d'absences ou la demande de travail supplémentaire augmentent de façon importante, un ratio **temps partiel/temps plein** supérieur permet d'obtenir un horaire au coût de recouvrement le plus faible. La principale raison est une diminution des heures supplémentaires effectuées par les employés à temps plein. La figure 4 montre les ratios à privilégier pour la construction des horaires en fonction des probabilités d'absence et d'augmentation de la demande de travail.

6 Conclusion

Dans ce rapport, une approche stochastique pour la production d'horaires de travail optimaux est proposé. Par rapport à d'autres travaux qui portent sur un problème semblable, cette étude inclut l'élaboration d'un modèle avec une résolution en deux étapes. Celle-ci s'est avérée efficace pour la production d'une banque d'horaires qui inclut des ratios de type d'employés différents. Depuis cette banque d'horaires, des simulations impliquant la génération d'absences et la modification de la demande de travail par une approche probabiliste ont été effectuées. Enfin, un algorithme ets

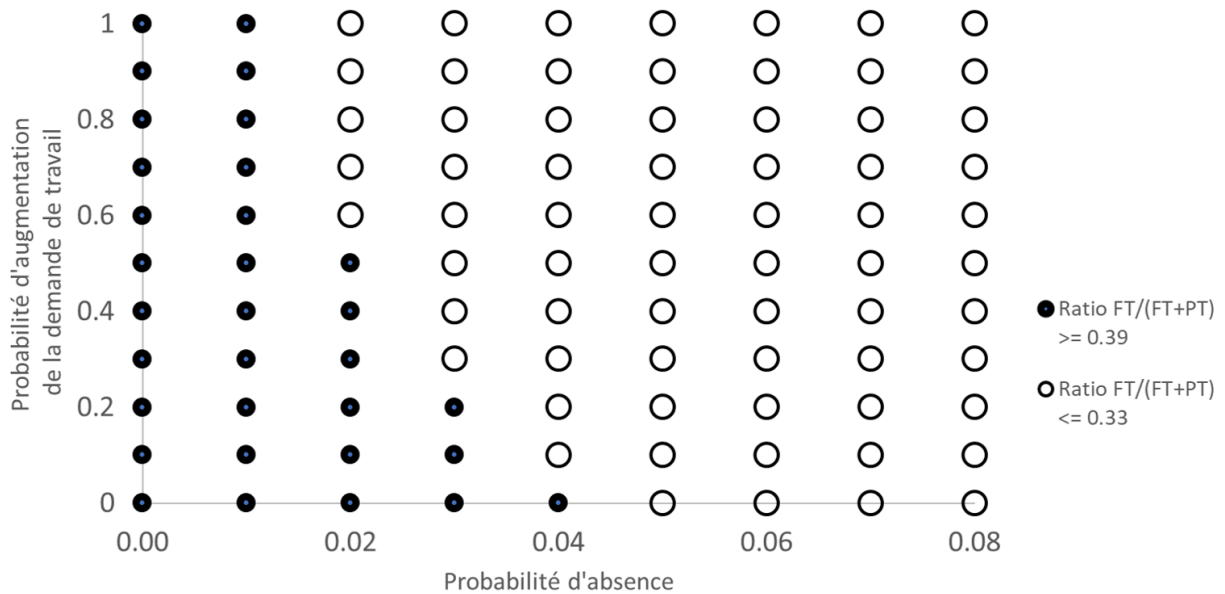


FIGURE 4 – Proportion d’employés à temps plein optimale en fonction des probabilités d’absentéisme et d’augmentation de la demande de travail.

utilisé, sur chacune des horaires simulés, afin d’évaluer le coût associé à leur recouvrement. Avec un grand nombre de simulations et en calculant la moyenne des coûts de recouvrement, il a été possible d’évaluer précisément la robustesse des différents horaires face à l’absentéisme et aux variations de la demande de travail. De plus, l’approche proposée permet une grande flexibilité quant au type d’horaires produits et pourrait être adaptée à d’autres problèmes, impliquant des impondérables, auxquels font face les entreprises.

Quelques améliorations pourraient être apportées à l’approche actuelle. Tout d’abord, le principe de production d’horaires initiaux en deux étapes aurait pu être étendu pour permettre la production d’horaires ayant des nombres d’employés différents. En effet, il serait possible de définir d’autres classes d’employés à temps partiel basées sur leur nombre d’heures travaillées. Ainsi, en ajoutant une étape intermédiaire pour fixer un certain nombre d’employés appartenant à ces différentes classes, il serait possible de modifier le nombre d’employés actifs. Par le fait même, les tailles des instances à traiter par le solveur diminueraient de façon considérable. Une autre limitation de cette étude est qu’elle ne prend pas en considération les effets négatifs de changements excessifs apportés aux horaires de travail des différents employés. Ces effets négatifs auraient pu être quantifiés et ajoutés au calcul du coût de recouvrement. Enfin, les valeurs de certains paramètres de cette étude sont fictives et auraient pu être basées sur des cas réels.

Bibliographie

- [1] Nicolas Chapados, Marc Joliveau, Pierre L'Ecuyer, and Louis-Martin Rousseau. Retail store scheduling for profit. *European Journal of Operational Research*, 239(3) :609–624, December 2014. ISSN 0377-2217. doi : 10.1016/j.ejor.2014.05.033.
- [2] Fred F. Easton and John C. Goodale. Schedule recovery : Unplanned absences in service operations*. 36(3) :459–488. ISSN 0011-7315. doi : 10.1111/j.1540-5414.2005.00080.x.
- [3] Daesik Hur, Vincent Mabert, and Kurt Bretthauer. Real-time work schedule adjustment decisions : An investigation and evaluation. 13(4) :322–339. ISSN 10591478.
- [4] Roby Joehanes. *JDistlib : Java library of statistical distribution*, 2018. URL <https://sourceforge.net/projects/jdistlib/>.
- [5] Michael Mac-Vicar, Juan Carlos Ferrer, Juan Carlos Muñoz, and César Augusto Henao. Real-time recovering strategies on personnel scheduling in the retail industry. 113 :589–601. ISSN 03608352. doi : 10.1016/j.cie.2017.09.045.
- [6] Alessandra Parisio and Colin Neil Jones. A two-stage stochastic programming approach to employee scheduling in retail outlets with uncertain demand. *Omega*, 53 :97–103, June 2015. ISSN 0305-0483. doi : 10.1016/j.omega.2015.01.003.
- [7] Charles Prud'homme, Jean-Guillaume Fages, and Xavier Lorca. *Choco Documentation*. TASC - LS2N CNRS UMR 6241, COSLING S.A.S., 2017. URL <http://www.choco-solver.org>.
- [8] Toby Walsh. Stochastic Constraint Programming. In *Proceedings of the 15th European Conference on Artificial Intelligence*, ECAI'02, pages 111–115, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 2002. IOS Press. ISBN 978-1-58603-257-9. URL <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=3000905.3000930>.

Annexe 1 : Horaires initiales générées par le modèle

TABLE 4 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.11.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	000000	000000	14
Employee 02	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000000	000000	16
Employee 03	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	000000	16
Employee 04	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000000	16
Employee 05	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	08
Employee 06	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	08
Employee 07	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	16
Employee 08	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	16
Employee 09	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	16
Employee 10	000011	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000000	000000	000000	14
Employee 11	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000011	10
Employee 12	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	14
Employee 13	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	14
Employee 14	001100	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	08
Employee 15	110000	000000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	110000	110000	10
Employee 16	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	20
Employee 02	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12676,00															

TABLE 5 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.17.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000	16
Employee 02	000000	000000	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	14
Employee 03	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	16
Employee 04	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	16
Employee 05	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000000	16
Employee 06	000000	001100	000000	001100	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	000000	14
Employee 07	000000	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	000000	001100	001100	000000	000000	16
Employee 08	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	000000	16
Employee 09	000011	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 10	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	08
Employee 11	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	001100	001100	08
Employee 12	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	001100	001100	08
Employee 13	001100	000000	001100	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000	10
Employee 14	110000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	10
Employee 15	110000	110000	000000	110000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	20
Employee 02	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 03	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12516,00															

TABLE 6 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.22.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	10
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000000	000000	08
Employee 04	000000	001100	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	001100	000000	001100	001100	001100	16
Employee 05	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	16
Employee 06	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	16
Employee 07	000000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	08
Employee 08	000000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	16
Employee 09	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	08
Employee 10	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	001100	000000	001100	001100	10
Employee 11	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 12	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	000000	16
Employee 13	110000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	16
Employee 14	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 02	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	20
Employee 03	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000	20
Employee 04	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12356,00															

TABLE 7 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.28.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	001100	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	12
Employee 02	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 04	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	08
Employee 05	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	08
Employee 06	000000	110000	000000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	110000	000000	110000	000000	000000	12
Employee 07	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	08
Employee 08	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000000	08
Employee 09	001100	000000	001100	000000	001100	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	16
Employee 10	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	16
Employee 11	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	001100	000000	000000	16
Employee 12	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000	001100	000000	001100	001100	000000	001100	001100	16
Employee 13	110000	110000	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 02	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 03	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 04	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	20
Employee 05	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12196,00															

TABLE 8 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.33.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	14
Employee 04	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	001100	000000	001100	001100	001100	001100	001100	14
Employee 05	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 06	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	08
Employee 07	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 08	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000011	14
Employee 09	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	10
Employee 10	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	08
Employee 11	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	000000	001100	000000	000000	16
Employee 12	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	16
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 02	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 03	000011	000011	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	20
Employee 04	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 05	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	20
Employee 06	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$12036,00															

TABLE 9 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.39.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000011	000000	000011	000011	10
Employee 04	000000	000000	000000	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	14
Employee 05	000000	000000	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	14
Employee 06	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	08
Employee 07	000000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	000000	000000	110000	000000	08
Employee 08	000011	000000	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	08
Employee 09	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	12
Employee 10	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 11	001100	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	14
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	20
Employee 02	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 03	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	20
Employee 04	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Employee 05	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	20
Employee 06	110000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	20
Employee 07	110000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$11876,00															

TABLE 10 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.44.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000011	000000	000000	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	08
Employee 04	000000	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	001100	000000	000000	001100	001100	08
Employee 05	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	000000	001100	001100	08
Employee 06	000000	000000	110000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Employee 07	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	14
Employee 08	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000011	000000	000000	000000	000000	08
Employee 09	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	14
Employee 10	110000	000000	000000	000000	000000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	20
Employee 02	000000	110000	110000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	20
Employee 03	000011	000011	000011	000000	000011	000000	000000	000011	000011	000000	000011	000011	000011	000011	20
Employee 04	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000011	000011	20
Employee 05	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	20
Employee 06	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	20
Employee 07	001100	001100	001100	001100	000000	000000	000000	001100	001100	001100	000000	001100	001100	001100	20
Employee 08	110000	110000	000000	110000	110000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$11716,00															

TABLE 11 – Horaire initiale ayant un ratio employés temps plein / employés temps partiel de 0.50.

Schedule Day	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	Worked Periods
Part-Time Employees															
Employee 01	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Employee 02	000000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	000000	000000	000000	08
Employee 03	000000	001100	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 04	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	08
Employee 05	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	08
Employee 06	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000011	000000	000000	000000	000000	000011	000000	000000	08
Employee 07	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 08	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Employee 09	001100	000000	000000	000000	000000	001100	001100	000000	000000	001100	000000	000000	000000	000000	08
Full-Time Employees															
Employee 01	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	20
Employee 02	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	20
Employee 03	000000	000011	000011	000011	000011	000000	000000	000011	000011	000011	000011	000011	000000	000011	20
Employee 04	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 05	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 06	000000	001100	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 07	001100	000000	001100	001100	001100	000000	000000	001100	001100	000000	001100	001100	001100	001100	20
Employee 08	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	20
Employee 09	110000	110000	110000	110000	000000	000000	000000	110000	110000	110000	000000	110000	110000	110000	20
Working Employees	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Required Workforce	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	224433	
Total schedule Cost : \$11556,00															

Annexe 2 : Pseudocode de l’algorithme de recouvrement des horaires

Algorithme 1 : Algorithme de recouvrement

Data : nbEmployees, maxBacktrack, nbRecoveryActions \leftarrow totalNumberRecoveryActions,
alreadyPerformedMatrix \leftarrow False, currentRecoveredSchedule, solutionFound \leftarrow False

Result : currentRecoveredSchedule

```
while  $\neg$ solutionFound  $\wedge$  nbBacktrack < maxBacktrack do
  if nbAvailRecoveryActions > 0 then
    recoveryAction  $\leftarrow$  Choose minimum cost recoveryAction
    Perform recoveryAction on currentRecoveredSchedule
    Mark recoveryAction as performed in alreadyPerformed matrix
    nbRecoveryActions - -
  else
    Erase changes made on currentRecoveredSchedule
    nbRecoveryActions  $\leftarrow$  totalNumberRecoveryActions
    nbBacktrack++
  if nbAvailRecoveryActions = 0 then
    solutionFound  $\leftarrow$  True
  else if nbBacktrack mod nbEmployees = 0 then
    Erase changes made on currentRecoveredSchedule
    initialize alreadyPerformedMatrix
    nbRecoveryActions  $\leftarrow$  totalNumberRecoveryActions
```
